

**Comptes rendus du
Deuxième atelier de résolution de problèmes industriels
de Montréal**

18 au 22 août 2008

Parrainé par MITACS et le réseau rcm_2
Responsable de la rédaction : Odile Marcotte, CRM et UQÀM
Rapport de recherche du CRM no CRM-3277



**Proceedings of the
Second Montreal Industrial Problem Solving Workshop**

August 18–22, 2008

Sponsored by MITACS and the rcm_2 network
Editor: Odile Marcotte, CRM and UQÀM
CRM Research Report no. CRM-3277

Table des matières

Préface	3
Preface	5
Remerciements	7
Acknowledgments	7
Localisation de stations de mesure automatisée du couvert nival	9
Optimal retrofit of a heat recovery network at a pulp and paper mill for minimizing energy and water consumption	19
Planification opérationnelle d'une chaîne d'approvisionnement forestière	29
Estimation de la production de planches par échantillonnage de lots	37
Un problème de cueillette et livraison avec des plaques tournantes et une flotte hétérogène	43

Remarque. Les rapports sont présentés dans la langue dans laquelle ils ont été soumis. Le lecteur trouvera les descriptions de tous les problèmes en français sur le site

<http://crm.math.ca/probindustriels2008/>.

Remark. The reports are presented in the language in which they were submitted. The problem descriptions in English can be found on the site

http://crm.math.ca/probindustriels2008/index_e.shtml.

Préface

Depuis 2007 déjà, le CRM organise des ateliers de résolution de problèmes industriels en partenariat avec MITACS et les centres de recherche affiliés au rcm₂. Dans nos universités, nous enseignons des techniques de haut niveau, mais dans un contexte souvent très spécifique. Lors de leurs travaux de maîtrise et de doctorat, nos étudiants apprennent le métier de chercheur : choisir une ou des questions, les étudier et donner des réponses. C'est un travail de longue haleine, dans lequel ils développent une expertise approfondie de leur domaine de recherche. Mais le pouvoir des outils mathématiques s'étend bien au-delà de ces travaux pointus. Nos étudiants et chercheurs postdoctoraux n'ont pas nécessairement conscience de la puissance de leur arsenal d'outils lorsqu'utilisés ensemble, hors du contexte où ils ont été étudiés.

Le but des ateliers de résolution de problèmes industriels est de rapprocher les chercheurs universitaires et les chercheurs de l'industrie autour de problèmes concrets auxquels font face des entreprises et de préparer les jeunes chercheurs à oeuvrer en recherche et développement. Les participants de ces ateliers sont regroupés en équipes comprenant chacune au moins un chercheur universitaire et un représentant de l'industrie, ainsi que des jeunes chercheurs. Chacune travaille une semaine sur un problème donné. C'est donc une expérience de travail en équipe, pendant laquelle on expérimente la fertilisation mutuelle des idées et, également, la contrainte de devoir obtenir un résultat en un temps fixe, quitte à ce que ce résultat ne soit pas optimal.

Le recueil qui suit contient les rapports des travaux des cinq équipes de l'atelier de 2008, sur lequel on trouvera des renseignements complémentaires à l'adresse

<http://www.crm.math.ca/probindustriels2008>.

Tous sans exception transforment le problème à résoudre en un modèle mathématique. Une fois le modèle obtenu, on peut parfois l'étudier à l'aide de méthodes connues ou de logiciels existants. Dans nombre de cas, il faut adapter les méthodes connues ou les logiciels. Le nouveau modèle peut mener à des développements théoriques, mais cela dépasse souvent le cadre de l'atelier proprement dit. Les problèmes traités dans ce recueil sont variés et tous intéressants, et leur trait commun est qu'ils peuvent être formulés comme des problèmes d'optimisation.

Le premier problème traite de l'automatisation des mesures du couvert nival dans les régions où se trouvent les grands barrages d'Hydro-Québec : on cherche à placer des instruments de mesure, les GMON, de manière à obtenir les meilleures estimations possibles du couvert nival. La solution est multidisciplinaire, faisant appel à des techniques de géomatique et de télédétection dans la détermination du modèle dont on voudra optimiser la précision, tout en minimisant le nombre de GMON.

Le deuxième problème porte sur la récupération de la chaleur et le recyclage de l'eau dans une usine de pâtes et papiers. Dans une telle usine, le processus de production requiert de chauffer de l'eau. Plutôt que de refroidir cette eau et de la retourner dans l'environnement, on peut réutiliser une partie de cette eau et se servir de la chaleur qu'elle contient comme source d'énergie ; ceci est plus rentable et écologique. Il faut donc coupler le réseau des réservoirs d'eau avec des échangeurs de chaleur. Les solutions sont multiples, et le choix de la meilleure amène à formuler un nouveau problème d'optimisation.

Le troisième problème porte sur la planification opérationnelle d'une chaîne d'approvisionnement forestière : il s'agit d'ordonner des blocs à récolter, de planifier la construction des chemins

d'accès et de répartir les équipes de manière à satisfaire les demandes des différentes usines, exprimées en quantités de différents types de produits. Le modèle obtenu par l'équipe est, à sa connaissance, le premier modèle complet de cet important problème.

Le quatrième projet est également relié à l'industrie du bois. Il s'agit d'estimer la production de planches par lot de billes de bois. Cette production dépend de beaucoup de facteurs : la taille des billes, leur qualité, etc. L'approche de résolution utilisée est une combinaison de modèles de régression des moindres valeurs absolues. Ces modèles devront être validés avec des données plus raffinées que celles dont disposait l'équipe pendant la semaine de l'atelier.

Le cinquième projet traite de l'optimisation d'une série de cueillettes et livraisons avec des fenêtres de temps et des plaques tournantes. Dans ce problème il y a de multiples contraintes : les véhicules ont des capacités limitées, ils n'ont pas tous les mêmes caractéristiques, les cueillettes et livraisons doivent être effectuées pendant certaines fenêtres de temps, etc. Les exemplaires pour lesquels on doit trouver des solutions optimales ou quasi optimales sont de grande taille. Lors de l'atelier, l'équipe a eu le temps de développer deux heuristiques. La première pourra tirer profit du logiciel dont dispose déjà la compagnie pour résoudre des problèmes de cueillette et livraison standards, alors que la deuxième utilise une méthode de post-optimisation.

Au nom du CRM et des jeunes chercheurs impliqués dans l'activité, il me fait plaisir de remercier Odile Marcotte pour le dévouement avec lequel elle a organisé l'évènement et s'est occupée de la production des comptes rendus. Je remercie également les participants industriels : Stéphane Alarie de l'IREQ, Étienne Ayotte-Sauvé et Luciana Savulescu de CanmetÉNERGIE, Sébastien Lacroix de FPInnovations, Marc Drouin de Exact Modus Inc. et Patrick St-Louis de GIRO Inc.

Christiane Rousseau
Directrice
Centre de recherches mathématiques

Preface

In 2007, the CRM started organizing Industrial Problem Solving Workshops with the help of MITACS and the research centres within the nem_2 network. In universities, professors introduce students to high-level techniques, but this is often done from a very specific point of view. The graduate students (at the M.Sc. or Ph.D. Level) train to become researchers: they choose the questions they will address, study them in depth, and find answers. Their work is a long-term one and enables them to become experts in their field of study. The reach of mathematical tools, however, is far broader than what those specialized works would lead us to expect. Graduate students and postdoctoral fellows are not always aware of the power of their mathematical tools when used together and in varied situations.

The goal of Industrial Problem Solving Workshops (IPSW) is to bring together academic researchers and industry representatives in order to solve real-world problems faced by companies, and to introduce young researchers to the work carried out by R&D departments. During an IPSW, the participants join teams consisting of academic researchers (including one coordinator), industrial representatives (expected to spend one week at the university), and young researchers. Each team works on a specific problem for one week. Thus an IPSW affords its participants a perfect opportunity to work in a team, to share ideas from different fields of mathematics, and to produce results within a short time frame.

The current proceedings include reports on the work of the five teams that took part in the Second Montreal IPSW (August 18–22, 2008). For more information, I refer the interested reader to the web site

http://www.crm.math.ca/probindustriels2008/index_e.shtml.

Each team formulated its problem as a mathematical model and studied this model using known methods or software. In many cases, the standard methods or software must be adapted to the current problem. Consideration of this problem may lead to theoretical developments, which as a rule go beyond the scope of the workshop. In the final analysis, each problem consists of finding an optimal solution satisfying a set of constraints.

The first problem concerns the location of automatic stations for measuring the snow pack in the areas surrounding the large Hydro-Québec dams. Hydro-Québec is introducing a new type of measuring tool, the GMON, and wishes to locate them in such a way as to obtain an optimal estimate of the snow pack. The model proposed by the team draws on several fields, especially geomatics and remote sensing techniques, and enables one to evaluate the impact of the number of GMON on the quality of the measurements.

The second problem deals with the reuse of water and heat in a pulp and paper mill. The production of pulp and paper requires the heating of water, and instead of cooling the water used and returning it to the environment, one may recycle part of this water and use the stored heat as an energy source; this is obviously more profitable and environment-friendly. In order to achieve this, one must design carefully and simultaneously the water tank network and the heat exchanger network. Many configurations are possible and the model obtained is again an optimization problem.

The third problem concerns the operational planning of a forestry supply chain. A forestry company must decide in what order to harvest blocks of trees, how to plan the building of access roads, and how to assign the production units, in order to supply the processing plants with the

required quantities of various product types. The team in charge of this problem proposed a detailed optimization model; as far as it knows, this is the most complete model proposed to date.

The fourth problem also arose within the wood products industry. Given batches of chopping logs, one wishes to predict the distribution of the planks produced by a mill among planks of varying qualities. This distribution depends upon the characteristics of the logs, i.e., their diameter, their quality, etc. The team used several models based on least absolute value regression in order to solve this problem. The models proposed by the team need to be validated with data sets that are more detailed than those provided at the workshop.

The fifth problem consisted of optimizing a series of pick-ups and deliveries carried out by a fleet of vehicles, given that the vehicles may go through potential hubs. The problem has many constraints: each vehicle has a limited capacity, the vehicles have different characteristics, pick-ups and deliveries must be carried out within certain time windows, etc. The instances for which an optimal solution is sought are large. During the IPSW, the team proposed two heuristic algorithms to solve the problem. The first heuristic will make use of the software already available at GIRO for solving standard pick-up and delivery problems (i.e., problems without hubs), while the second heuristic is a post-optimization algorithm.

On behalf of CRM and the young researchers who participated in the IPSW, I wish to thank Odile Marcotte for organizing the workshop and editing the proceedings. I also wish to thank the industrial representatives: Stéphane Alarie (IREQ), Étienne Ayotte-Sauvé and Luciana Savulescu (CanmetENERGY), Sébastien Lacroix (FPInnovations), Marc Drouin (Exact Modus Inc.), and Patrick St-Louis (GIRO Inc.).

Christiane Rousseau
Director
Centre de recherches mathématiques

Remerciements

J'aimerais exprimer ma reconnaissance au réseau MITACS, qui a été le principal parrain du Second atelier de résolution de problèmes industriels de Montréal. Le rcm₂ a également fourni une subvention qui a permis au CRM d'organiser cet atelier. Je suis aussi très reconnaissante aux personnes suivantes, qui nous ont aidés à trouver des problèmes : les professeurs Michel Perrier, Paul Stuart et Bala Srinivasan, de l'École Polytechnique de Montréal, Madame Sophie D'Amours, directrice du Consortium de recherche FORAC à l'Université Laval, Monsieur Christian Rouleau, chercheur au FORAC, et Monsieur Charles Fleurent, de la compagnie GIRO Inc. Finalement, je remercie les membres du comité organisateur de leur soutien et de leurs bons conseils. Le comité organisateur était présidé par Jean-Marc Rousseau, Fellow invité CIRANO et PDG du rcm₂, et comprenait Eric Bosco, responsable du développement au Québec pour MITACS, Bernard Gendron, directeur du CIRRELT, Alexandra Haedrich, de l'Institut des sciences mathématiques, François Lalonde, directeur du CRM, Roland Malhamé, directeur du GERAD, et Michel Gendreau, Dominique Orban et Louis-Martin Rousseau, de l'École Polytechnique de Montréal.

Odile Marcotte
Directrice adjointe
Centre de recherches mathématiques

Acknowledgments

I would like to thank the MITACS network, who was the main sponsor of the Second Montreal Industrial Problem Solving Workshop. The CRM also received a grant from the ncm₂ network in order to organize the workshop. I am very grateful to the following persons, who helped us find problems for the IPSW: Professors Michel Perrier, Paul Stuart, and Bala Srinivasan, from the École Polytechnique de Montréal; Professor Sophie D'Amours, director of the FORAC Research Consortium at Université Laval; Mr. Christian Rouleau, researcher at FORAC; and Mr. Charles Fleurent, from the GIRO Inc. company. Finally, I would like to thank the members of the Organizing Committee for their support and advice. The Organizing Committee was chaired by Dr. Jean-Marc Rousseau, CIRANO Invited Fellow and Chairman of the ncm₂ network, and included Eric Bosco, Director of Business Development in Quebec for MITACS; Bernard Gendron, director of CIRRELT; Alexandra Haedrich, from the Institut des sciences mathématiques; François Lalonde, director of CRM; Roland Malhamé, director of GERAD; and Michel Gendreau, Dominique Orban and Louis-Martin Rousseau, from the École Polytechnique de Montréal.

Odile Marcotte
Deputy Director
Centre de recherches mathématiques

Localisation de stations de mesure automatisée du couvert nival

Charles Audet

Coordonnateur, École Polytechnique de Montréal

Stéphane Alarie

Représentant industriel, IREQ

Sébastien Le Digabel, Quentin Lequy et Mohamed Sylla

Étudiants, GERAD et École Polytechnique de Montréal

Odile Marcotte

Directrice adjointe du CRM et professeur associée à l'UQÀM

1. Introduction

Parmi les problèmes de gestion qui doivent être résolus par les unités d'affaires d'Hydro-Québec, celui de contrôler la quantité d'eau stockée dans les réservoirs est un des plus importants. En effet, d'une part, la compagnie a intérêt à remplir les réservoirs le plus possible afin d'exporter de l'électricité. Rappelons que 5% de l'électricité produite par Hydro-Québec est vendue aux États-Unis, et que 25% des profits de la compagnie proviennent de ces transactions. D'autre part, Hydro-Québec doit s'assurer que l'accumulation d'eau dans les réservoirs n'entraîne pas l'inondation des territoires adjacents, surtout lorsque ces territoires sont densément peuplés.

Le mesure du *couvert nival* (ou manteau neigeux) joue un rôle prépondérant dans le processus permettant de contrôler la quantité d'eau stockée dans les réservoirs, particulièrement lors de la crue printanière. À l'heure actuelle, les mesures du couvert nival sont effectuées par des employés d'Hydro-Québec, qui prélèvent des carottes à divers emplacements situés sur des *lignes de neige*. À l'échelle du territoire québécois, ces lignes de neige peuvent être considérées comme des points (ou pixels) sur une carte. La méthode actuelle de mesure du couvert nival consiste à prendre des mesures pendant une période de deux semaines ; les données recueillies sont quelquefois lacunaires, parce que les conditions météorologiques peuvent empêcher les équipes de se rendre aux lignes de neige pendant la campagne de mesures.

Hydro-Québec examine donc la possibilité d'utiliser des appareils de type GMON (« Gamma MONitoring »), qui utilisent les rayons gamma naturellement émis par le sol pour mesurer le couvert nival. L'installation des GMON a deux avantages, correspondant respectivement aux inconvénients mentionnés ci-dessus : l'assurance qu'une mesure sera disponible quelles que soient les conditions météorologiques, et la possibilité de cueillir des mesures de façon continue. Toutefois, les GMON doivent être placés sur le territoire de manière stratégique, puisque le couvert nival sur l'ensemble du territoire sera estimé à partir des mesures fournies par les GMON. Par conséquent, les emplacements des GMON doivent être choisis de telle sorte que la précision des interpolations soit la meilleure possible.

Des chercheurs de l'IREQ, l'institut de recherche d'Hydro-Québec, veulent concevoir et réaliser des outils pour aider les décideurs à choisir les emplacements des GMON, et peut-être même à décider s'ils veulent remplacer le système de mesure actuel par un système automatisé basé sur les GMON. Une équipe de l'IREQ formée de Danielle De Sève, Stéphane Alarie, Frédéric Guay, Dominique Tapsoba et François Vachon a présenté le problème que nous venons de décrire dans

le cadre du Deuxième atelier de résolution de problèmes industriels de Montréal. Les domaines d'expertise de ces chercheurs sont les suivants :

- Danielle De Sève : télédétection, hydrologie et environnement,
- Stéphane Alarie : recherche opérationnelle,
- Frédéric Guay : géomatique et géographie,
- Dominique Tapsoba : géostatistique, et
- François Vachon : télédétection, hydrologie et physique.

A priori, le problème présenté est un problème de localisation, et comme les problèmes de localisation sont bien connus des spécialistes de la recherche opérationnelle, cette équipe espère que des chercheurs universitaires pourront lui fournir une solution.

2. Le modèle et la résolution du problème

Si la compagnie décide d'utiliser les GMON, elle devra minimiser les coûts (c'est-à-dire le nombre de GMON) tout en s'assurant que ce nombre d'appareils permet de mesurer le couvert nival avec une précision suffisante. Dans un premier temps, nous avons décidé de faire les hypothèses suivantes :

- Hydro-Québec conserve un certain nombre de lignes de neige, où les mesures seront prises de manière « traditionnelle »,
- les GMON pourront être placés n'importe où sur le territoire et
- le nombre de GMON sera compris entre 5 et 12.

Une solution admissible du problème peut donc être représentée par un vecteur contenant les coordonnées, dans le plan, de n emplacements de GMON, c'est-à-dire un vecteur de dimension $2n$. Dans ce qui suit l'ensemble des solutions admissibles sera dénoté $\Omega = \mathcal{C}^n$, où $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^2$ représente le territoire du plan où il est permis de poser un GMON.

Notre problème se formule donc comme un problème d'optimisation classique, celui de minimiser une fonction $f(x)$ sous la contrainte que x appartient à Ω . Dans notre cas, $f(x)$ représente l'erreur commise lors de l'estimation du couvert nival. La minimisation de f permet de répondre à la question suivante : comment peut-on mesurer le couvert nival avec une précision suffisante ? Pour mieux cerner cette question, nous commençons par décrire la méthode employée actuellement par les chercheurs de l'IREQ. Les mesures recueillies sur les lignes de neige sont « étendues » à tout le territoire québécois grâce à une méthode appelée *krigeage*. La variante du krigeage utilisée à l'IREQ est basée sur les *variogrammes*. Nous prions le lecteur de se reporter à l'article [1] pour une description de cette méthode.

La méthode de krigeage produit à la fois une estimation du couvert nival en chaque point du territoire (ou pixel de la carte) et un intervalle représentant l'erreur d'approximation (ou *écart*) en chaque point. L'affichage des mesures interpolées permet de produire une carte colorée dont on trouvera un exemple à la figure 1, et l'affichage des écarts de produire une autre carte colorée, illustrée à la figure 2. A partir des données apparaissant sur la carte des écarts, on peut évaluer la fonction f dont la valeur représente l'écart global correspondant à la configuration de lignes de neige et de GMON choisie. Une fois f connue, il suffit d'appliquer un algorithme d'optimisation (voir ci-dessous) pour obtenir un vecteur x appartenant à Ω et tel que $f(x)$ soit aussi petite que possible. Toutefois la construction de f et la résolution du problème d'optimisation se heurtent à des difficultés que nous allons considérer à tour de rôle.

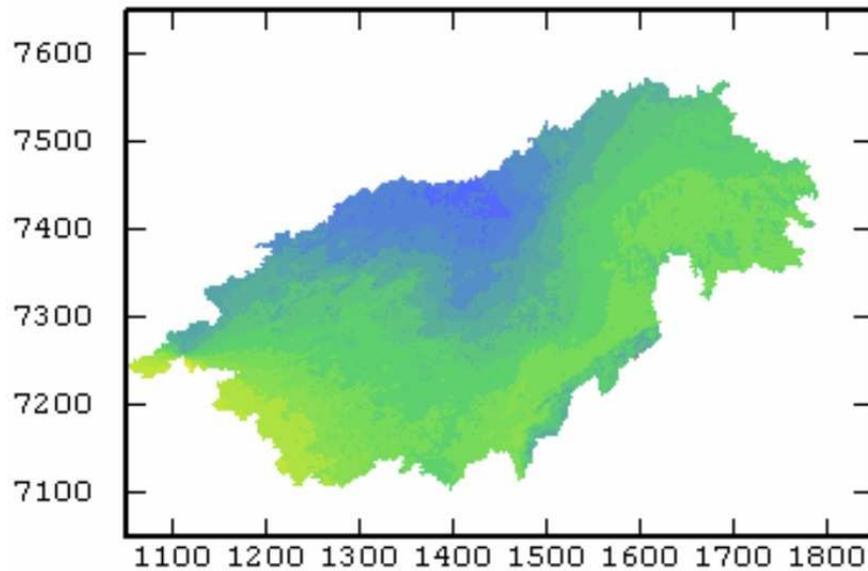


Figure 1. Carte d'estimation retournée par le krigeage

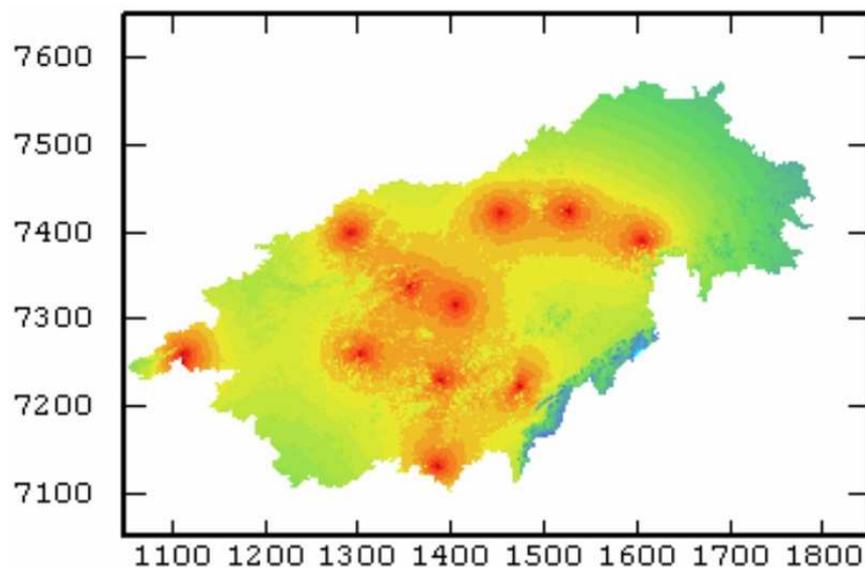


Figure 2. Carte des écarts du krigeage

2.1. LA FONCTION-OBJECTIF

L'évaluation de la fonction-objectif présente deux difficultés. La première est que la carte des écarts mentionnée ci-dessus n'est pas disponible puisque le logiciel implantant la méthode de krigeage n'est pas encore terminé. Une fois le logiciel terminé, il faudra tout de même le considérer comme une « boîte noire ». La seconde est que la fonction transformant la carte des écarts en estimation globale d'écart doit refléter les préférences des chercheurs de l'IREQ, qui n'étaient pas connues au début de la semaine.

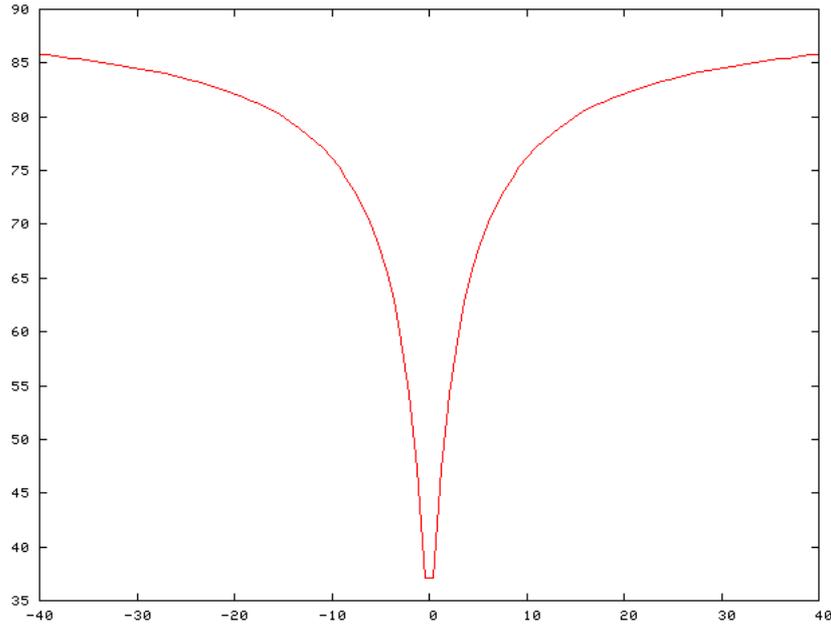


Figure 3. Courbe simulant le potentiel d'une ligne de neige ou d'un GMON en fonction de la distance en pixels

Pour contourner la première difficulté, nous avons décidé de fabriquer nous-mêmes un substitut de boîte noire. L'expérience du représentant industriel lui a permis de comparer une ligne de neige ou un GMON à un point engendrant un certain potentiel. Nous avons donc conçu une procédure qui utilise une fonction-potential empirique pour engendrer une carte des écarts, suivant les positions des lignes de neige et des GMON. Voici la formule permettant de calculer le champ potentiel en un point $x \in \mathcal{C}$ (où \mathcal{C} est une version discrétisée de la carte du territoire).

$$P(x) = \sum_{g=1}^n \frac{\alpha_g}{\alpha_g + \text{dist}(x, x_g)}$$

Dans cette formule, x_g dénote la position de la ligne de neige ou du GMON g , et α_g est défini comme suit.

$$\alpha_g = \begin{cases} 1 & \text{si le GMON est dans une zone de petits arbustes} \\ 2 & \text{si le GMON est dans une zone exposée} \\ 3 & \text{si le GMON est dans une zone de lichens} \end{cases}$$

Le potentiel $P(x)$ est ensuite mis à l'échelle pour obtenir une courbe ressemblant à celle de la figure 3. La mise à l'échelle a aussi été effectuée de façon empirique afin que les cartes des écarts générées donnent la même impression visuelle que de véritables cartes. Cette transformation de la fonction $P(x)$, de domaine \mathcal{C} , fournit une fonction $Q(x)$ qui représente les écarts et dont le domaine est aussi \mathcal{C} . La figure 5 représente la carte des écarts pour le bassin de La Grande avec 5 GMON et aucune ligne de neige.

Pour contourner la seconde difficulté, nous avons proposé au partenaire industriel les critères suivants :

1. la norme $\|\cdot\|_1 = \sum_{x \in \mathcal{C}} Q(x)$,

2. la norme $\|\cdot\|_2 = \left(\sum_{x \in \mathcal{C}} Q(x)^2 \right)^{1/2}$,
3. la norme $\|\cdot\|_\infty = \max_{x \in \mathcal{C}} Q(x)$ et
4. la norme $\frac{\sum_{x \in \mathcal{C}} Q(x)}{|\mathcal{C}|} + \max_{x \in \mathcal{C}} Q(x)$.

Après consultation des chercheurs de l'IREQ, nous avons retenu le deuxième critère pour nos expériences.

2.2. L'ALGORITHME D'OPTIMISATION

Rappelons qu'une solution admissible, c'est-à-dire un élément de l'ensemble Ω , est un vecteur contenant les coordonnées des positions d'un certain nombre de GMON. L'ensemble des positions où la compagnie peut installer des GMON est très difficile à définir par des contraintes linéaires ou même lisses. Cet ensemble a un aspect « fractal » et de plus est discret, puisque ses éléments correspondent à des pixels. Il n'est donc pas possible d'utiliser des techniques de programmation linéaire ou non linéaire pour résoudre le problème d'optimisation, et une formulation comme programme linéaire en nombres entiers ne peut être utilisée à cause du grand nombre de positions à considérer. Nous avons choisi d'utiliser l'algorithme MADS décrit dans l'article [2], pour deux raisons. Premièrement, ce domaine réalisable discret peut être facilement reproduit par la structure discrète sur laquelle MADS est basée (le treillis). Deuxièmement, l'algorithme MADS est une méthode spécialisée pour résoudre des problèmes d'optimisation décrits par des fonctions non lisses et d'évaluation coûteuse telles que celle présentée ici.

L'algorithme MADS est une méthode de recherche directe utilisée pour résoudre les problèmes d'optimisation dépourvus de structure particulière. Il comporte trois volets : un premier volet fourni par l'utilisateur (c'est-à-dire la personne désirant résoudre le problème d'optimisation), un deuxième volet appelé *sonde* et un troisième volet consistant à mettre à jour les paramètres de la sonde. Le premier volet consiste en un algorithme d'optimisation globale fourni par l'utilisateur ; il dépend naturellement du problème à résoudre. Le deuxième volet consiste en un algorithme qui permet d'explorer le voisinage de la solution trouvée par l'algorithme du premier volet. Les trois phases (algorithme d'optimisation fourni par l'utilisateur, sonde, mise à jour des paramètres) sont répétées jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit trouvée.

Nous donnons maintenant des détails sur la sonde. Au début de cette phase, on considère un sous-ensemble de l'ensemble réalisable qui est un treillis. Par exemple, si l'ensemble réalisable est inclus dans l'espace à trois dimensions, les points (x, y, z) de coordonnées entières forment un tel treillis. Pour chaque coordonnée, un pas est défini ; par exemple, si le pas de x est 1, celui de y est 3 et celui de z est 2, les points du treillis sont les points de la forme $(i, 3j, 2k)$, où i, j et k sont des entiers. En supposant que la solution retournée par l'algorithme d'optimisation globale est un point du treillis, la sonde commence par examiner les voisins de ce point. Si elle en trouve un qui soit meilleur que la meilleure solution connue, elle recommence le processus en partant du meilleur voisin. Sinon, les pas du treillis sont divisés par 2, ce qui permet d'engendrer de nouveaux voisins, et ceux-ci sont examinés de la même manière.

On peut montrer que l'algorithme de la sonde converge, sous des hypothèses très faibles. Lorsque la sonde est terminée, les paramètres de l'algorithme sont mis à jour ; en pratique, ceci signifie que les pas des coordonnées sont multipliés ou divisés par 2. La description que nous venons de faire suppose que le domaine sous-jacent est continu ; s'il est discret, les pas du treillis ne seront divisés par 2 pendant la sonde que si le treillis résultant ne consiste que de solutions réalisables. D'autre

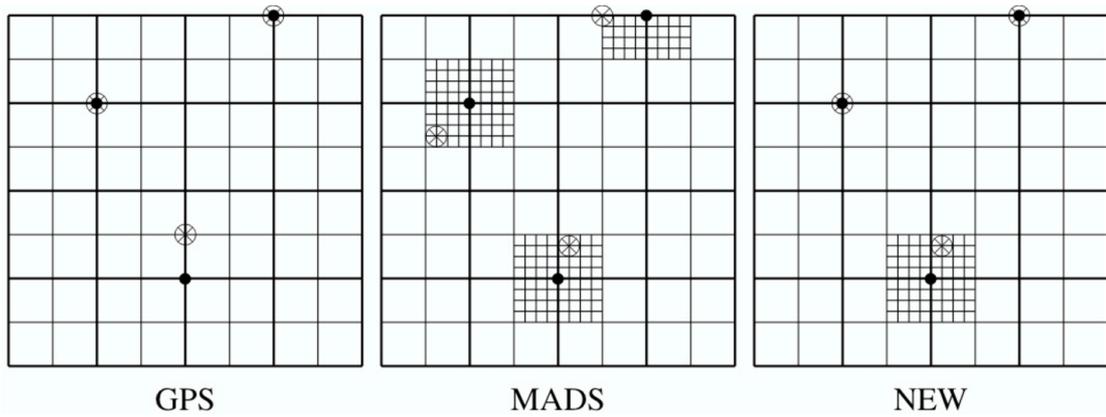


Figure 4. Comparaison des directions GPS, MADS et de la modification apportée à MADS

part, au lieu de toujours utiliser un treillis dont les axes sont parallèles à ceux des coordonnées cartésiennes, on peut lui faire subir une transformation isométrique quasi-aléatoire utilisant les nombres de Halton et les matrices de Householder; cette modification a été introduite dans le nouvel algorithme OrthoMADS (voir [3]).

L'algorithme MADS n'a pas été utilisé dans ce projet de manière classique. Nous l'avons spécifiquement adapté au domaine particulier du problème, et au fait que les variables de décision correspondent à des coordonnées dans le plan. La première modification apportée à MADS a donc été que les directions de recherche s'appliquent non pas de façon aveugle à l'ensemble des coordonnées de la solution courante, mais plutôt spécifiquement à chaque paire de cette solution, qui représente une position de GMON. Ceci implique donc que d'une solution à l'autre, un seul GMON est déplacé. Ensuite, on utilise un voisinage discret spécifique, basé sur des triangles englobant les directions de recherche classiques de MADS. Ce voisinage est donc plus large que le voisinage par défaut de MADS, ce qui permet d'augmenter les chances de trouver des positions réalisables de GMON relativement proches des positions courantes.

L'objectif principal de ce projet est de démontrer que l'algorithme MADS ainsi modifié est capable d'explorer le domaine réalisable peu dense et discret du problème et de placer les GMON de façon efficace. La figure 4 illustre les directions de recherche utilisées par l'algorithme GPS (Generalized Pattern Search, ancêtre de MADS), par MADS et par l'algorithme MADS ajusté conçu pour ce projet.

3. Résultats

Les jeux de tests ont été réalisés sur une version modifiée du logiciel NOMAD [4], développée pour l'occasion, et incluant les voisinages spéciaux décrits en 2.2 ainsi que la faculté de traiter des coordonnées spatiales entières. Dans un premier temps, nous avons décidé de considérer un nombre fixe de GMON (cinq).

Le but principal du projet était de démontrer que l'algorithme ainsi modifié était capable de générer des solutions sur des domaines réalisables discrets et peu denses. Le tableau I montre que cet objectif a été atteint. On peut y voir l'apport spécifique de la méthode modifiée (MADS ajusté) par rapport à la méthode classique (MADS, avec la version non modifiée de NOMAD). Un exemple de solution générée, sur la carte du secteur de La Grande rivière (LG), est montré à la figure 5.

Tableau I. Comparaison entre MADS et MADS ajusté, sur la carte LG

	qualité	évaluations
Solution initiale	2807.48	
MADS classique	2701.71	693
MADS ajusté	2488.21	510

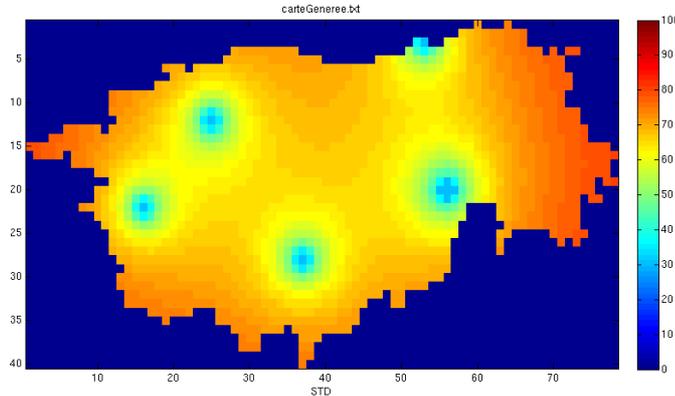


Figure 5. Un exemple de carte d'erreurs générée par MADS, sur LG

Nous avons ensuite conduit des tests pour observer des solutions avec des nombres différents de GNOM à placer. Les résultats de ces tests sont visibles à la figure 6. Cinq GNOM ont été fixés pour simuler, tel que souhaité par le partenaire industriel, des lignes de neige, c'est-à-dire des stations de mesure fixes qui peuvent éventuellement être utilisées en plus des GNOM. Le but du problème est alors de décider si on doit positionner des GNOM supplémentaires, dont le nombre est compris entre un et sept. On peut voir sur la figure, que, comme souhaité, l'erreur diminue avec l'addition de GNOM supplémentaires. Évidemment, le coût d'installation des GNOM n'a pas été pris en compte, mais pourrait l'être, menant à un problème biobjectif (MADS peut être également utilisé pour traiter ce type de problèmes).

Enfin, nous avons effectué des tests sur une autre carte, LG4, possédant une plus grande résolution et un domaine réalisable encore plus morcelé (voir domaine à la figure 7). Nos conclusions sont les mêmes : l'algorithme ajusté a pu significativement faire évoluer une solution initiale (voir les solutions initiale et finale à la figure 7).

4. Conclusion et perspectives

Le travail effectué cette semaine a permis à notre équipe de fournir à Hydro-Québec un outil d'évaluation de l'installation de GNOM sur son territoire. L'objectif principal du projet consistait à démontrer que l'algorithme MADS est capable d'effectuer une exploration du domaine particulier du problème. Cet objectif a été accompli, et nous concluons ce rapport en décrivant les améliorations que nous pourrions apporter.

- Dans le modèle utilisé par l'IREQ, la carte des écarts est générée en même temps que la surface de krigeage. Ce processus requiert au moins une heure de calcul. Ne disposant pas de cet outil, nous avons remplacé cette carte d'écarts par une carte substitut. Est-il possible d'en générer

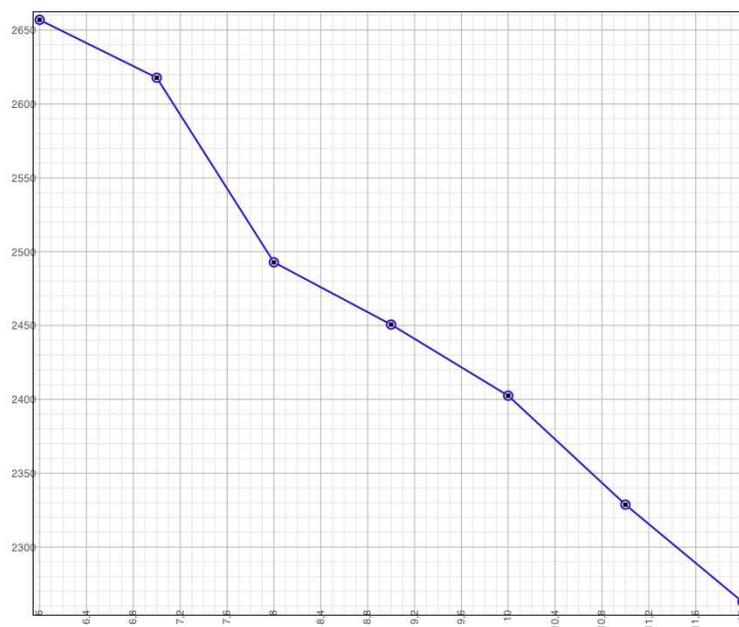


Figure 6. Cinq lignes de neige plus un à sept GMON, sur LG

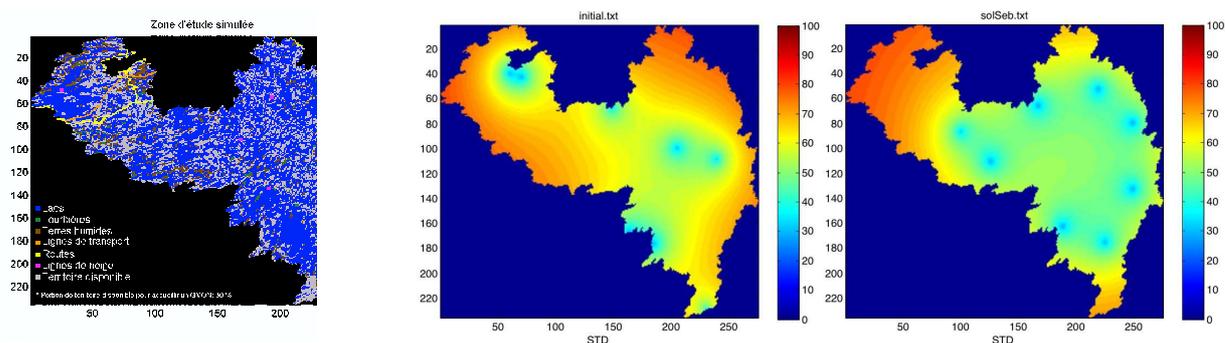


Figure 7. Huit GMON sur LG4 : domaine, solution initiale, et solution de MADS

une à faible coût, mais d'une précision moindre? Si oui, le volet de gestion des substituts propre à l'algorithme MADS pourrait être utilisé afin de guider l'algorithme dans des régions prometteuses.

- On peut aussi facilement créer un substitut en travaillant simplement sur des cartes à plus grande échelle.
- Nous avons étudié la localisation des GMON pour une date fixe. Cependant, la qualité des approximations du krigeage est influencée par les valeurs mesurées aux GMON. Il serait intéressant de considérer simultanément plusieurs dates, et donc d'avoir plusieurs ensembles de mesures prises aux GMON. Dans ce cas, il faudrait redéfinir la mesure de qualité associée à un ensemble de positions pour les GMON.
- Une variante du problème pourrait être d'intégrer la redondance dans le réseau de GMON, afin de garantir une qualité minimale des estimations en cas de défaillance d'un ou plusieurs GMON.

- On pourrait introduire une version biobjectif du problème en tenant compte du coût d'aménagement du site (coulage de béton ou défrichage du site, etc). Dans ce cas on essaierait de minimiser à la fois l'erreur d'approximation et les coûts de déploiement des GMON.
- On pourrait étudier des variantes du problème. Par exemple, on pourrait ajouter la contrainte suivante : au moins 3 des GMONs doivent être placés sur des sites déterminés à l'avance (stations météorologiques). Un autre exemple est celui où on introduit dans le modèle la possibilité de fermer des lignes de neige où les mesures ont une faible influence sur la qualité des prévisions.
- Les algorithmes utilisés peuvent être implantés facilement en utilisant le parallélisme. Nous pourrions explorer cette possibilité.
- Dans la méthode actuelle, nous n'avons pas exploité la capacité de MADS d'effectuer une recherche globale. Nous avons observé lors de nos expériences que MADS a parfois été piégé dans des optima locaux de mauvaise qualité ; il serait important d'implanter une étape de recherche globale.
- Les méthodes développées dans le cadre de cet atelier ne se limitent pas au positionnement des GMON mais peuvent aussi s'appliquer au positionnement d'autres types d'équipements (par exemple des stations météorologiques).

Remerciements

Les auteurs sont très reconnaissants à Danielle De Sève, François Vachon et Frédéric Guay de leur avoir proposé ce problème.

Références

1. D. Tapsoba, V. Fortin, F. Anctil, M. Haché, « Apport de la technique du krigeage avec dérive externe pour une cartographie raisonnée de l'équivalent en eau de la neige : Application aux bassins de la rivière Gatineau », *Can. J. Civ. Eng.* **32**, 289–297, 2005.
2. C. Audet, J. E. Dennis Jr., « Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization », *SIAM J. Optimization* **17**, 188–217, 2006.
3. M. A. Abramson, C. Audet, J. E. Dennis Jr., S. Le Digabel, « OrthoMADS: A deterministic MADS instance with orthogonal directions », accepted for publication in *SIAM J. Optimization*.
4. M. A. Abramson, C. Audet, G. Couture, J. E. Dennis Jr., S. Le Digabel, « The NOMAD project », logiciel disponible à www.gerad.ca/nomad, 2008.

Optimal retrofit of a heat recovery network at a pulp and paper mill for minimizing energy and water consumption

Fabian Bastin

Coordinator, Université de Montréal

Étienne Ayotte-Sauvé and Luciana Savulescu

Industrial representatives, CANMET Energy Technology Centre, Varennes, Natural Resources Canada

Pierre Dérian and Nathan Martin

Students, INSA, Toulouse

Qutaibeh Katatbeh

Professor, Jordan University of Science and Technology

Zanin Kavazovic

Student, GIREF, Université Laval

Julio Montecinos

Student, CIRRELT, Université de Montréal

Mason Porter

University Lecturer, Mathematical Institute, University of Oxford

Marius Posta

Student, DIRO, Université de Montréal

Mario L. Morfin Ramirez

Student, University of Toronto

Abstract. We consider in this report the optimization of retrofit design for a heat-integrated water. This problem can be formulated as a cost minimization problem over a graph whose arcs are pipes, connecting the different components of the mill, viewed as the vertices of the graph. Each pipe can therefore be represented as a binary variable; the problem is thus a mixed-integer problem, but is also nonlinear due to nonlinear cost functions and bilinear constraints. Because of its complex nature, the problem cannot be solved using standard optimization algorithms. Hence we review and propose various strategies that could be used to produce some (approximate) practical solutions.

1. Introduction

In order to function properly, industries require energy. In an era where energy sources tend to become scarce and therefore more expensive, a natural objective is to minimize the energy consumption while meeting the production goals, and to keep the investment costs low. Various industries also require some sources of primary elements, in particular water. Water can be used for several purposes, for instance as a cleaning agent, or a key element within some processes. Water must often be heated in order to meet the processing requirements, or cooled, especially before it is returned to the environment. Since water also tends to become a limited resource and additional costs (such as decontamination costs) may be incurred, we might want to limit its consumption.

Energy consumption and water consumption are closely related. Indeed energy is needed to heat or cool water, so that a smaller water consumption entails a smaller consumption of energy. Moreover, cold water can be heated directly by mixing it with warm water in a tank, thus decreasing the concentration of contaminant in the warm water stream. Cold water can also be heated indirectly

inside heat exchangers, which transfer heat from a hot stream (not necessarily a water stream) to the cold stream. Indirect heating is especially useful when one does not want to contaminate fresh water, and can also be achieved with warm streams that result from production and need to be cooled.

Several studies have been pursued to optimize either the water network or the heat exchangers network (see for instance [2, 4, 5]). It is difficult, however, to consider both networks simultaneously, because of the numerous interactions between them; a careful formulation has to be proposed in order to yield a model that can be handled in practice. The model should be realistic, i.e., it should not be oversimplified. It will therefore be the result of a compromise, and one will have to consider adapted solution strategies. Note that this problem is of great importance to many companies operating pulp and paper mills, especially Tembec Industries and Domtar. For this reason, researchers at the CANMET Energy Technology Centre, who work with these companies in order to make their operations more efficient, have proposed this problem to the Second Montreal Industrial Problem Solving Workshop.

We will first present the problem in detail (in Section 2), and then give some guidelines for the mathematical formulation (in Section 3). We present some avenues for solving the model in Section 4 and conclude in Section 5.

2. The problem statement

We consider a mill where two operating networks coexist, one for water and one for heat exchangers. This could be a pulp and paper mill, for instance, as was the case in our application. The precise purpose of the mill has no relevance to the formulation, however, except for the definition of some parameters; the model presented in this report will be quite general. Water is used as a component in some production units, so that at the output of a process, it can be warm and contaminated by some pollutant. Such water has to be cooled and treated before being returned to the environment. A heat exchanger enables one to transfer a portion of the water heat to some cold water streams. It is also possible, or even mandatory, to transfer heat from other warm streams (consisting of various chemical products). The overall goal is to minimize the water and energy consumption in order to reduce costs.

We wish to optimize the design of two networks: a *water tank network* (hereafter denoted by WTN) and a *heat exchangers network* (denoted by HEN), in order to improve the efficiency of energy use and the management of water. Two possibilities arise: either one designs new networks, or one modifies existing networks in order to improve the operations of the mill (i.e., decrease its operational costs). In the latter case, the problem is called a *retrofit* problem, but in both cases, the objective functions are similar because they include design costs and operational costs.

The modification of existing networks entails architectural changes and/or addition of pipes in order to connect existing components (and possibly new ones), and changes in the operating conditions. It is therefore essential to describe the components of the networks, pictured in Figure 1. This figure shows that the mill is basically a collection of process units, water tanks, heat exchangers, and pipes. We will use the following notations in this report.

- fw : the fresh water source;
- ef : the effluent;
- $WT = \{t_1, \dots, t_{N_{WT}}\}$: the set of water tanks;
- $P = \{p_1, \dots, p_{N_P}\}$: the set of process units;
- $HX = \{h_1, \dots, h_{N_{HX}}\}$: the set of heat exchangers;

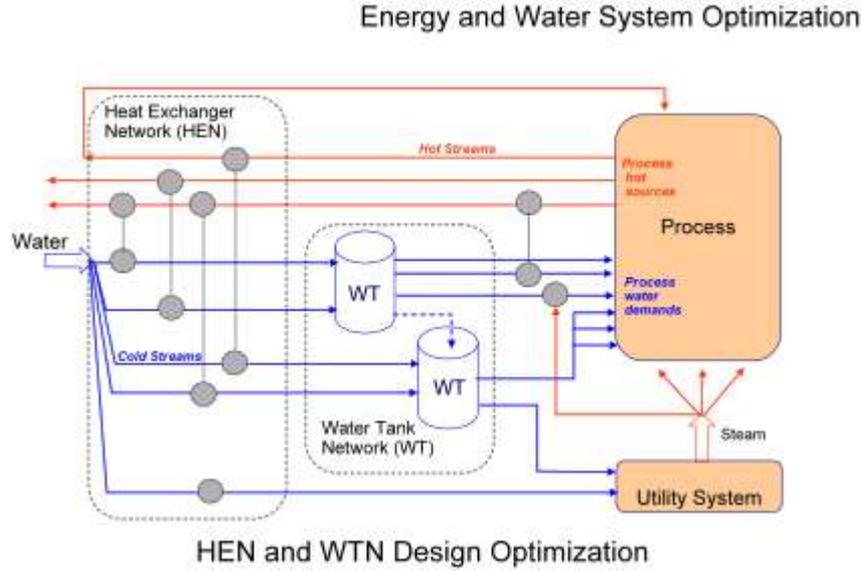


Figure 1. Graphical problem representation

- f : a flow rate;
- c : a contaminant concentration;
- m : a contaminant mass load in a process;
- cs : a cold stream;
- hs : a hot stream.

A convenient way to describe all possible interconnections is to adopt a directed graph representation, extending the approach proposed for instance by Dong et al. [2]. The representation will use a limited number of components (i.e., the nodes of the graph), but they will be sufficient to describe all components of the networks. We first introduce mixers and splitters.

Mixer A mixer, denoted by m , is a node of the network with several incoming arcs, but only one outgoing arc. It enables one to mix several streams. The set of mixers will be denoted by M .

Splitter A splitter, denoted by s , is a node having only one incoming arc, but one or more outgoing arcs. It enables one to redistribute the streams in the networks. The set of splitters will be denoted by S .

In summary, the vertices of the graph will be the mixers, splitters, and units (i.e., tanks, processes, or heat exchangers, and fresh water sources or effluents), while the arcs of the graph will represent pipes. In other words, the set V of vertices is defined as

$$V = M \cup S \cup WT \cup P \cup HX,$$

and the set of arcs is denoted by E , where E is a subset of $V \times V$. The arc with tail a and head b will be denoted by (a, b) .

We can simplify the graph as follows: any water tank or process unit (t or p) will be represented by one mixer (at the input) and one splitter (at the output), while every heat exchanger h will be represented by two mixers and two splitters (since two streams will go through the exchanger). The mixers and splitters will have subscripts indicating their respective functions, as shown in Figure 2. If a component is part of the network, there will be at least one arc whose head is the input of the component, and at least one arc whose tail is the output of the component. The former arcs will

be of the form (s_j, m_k) and the latter of the form (s_k, m_j) , where k is the index associated with the component. Heat exchangers are slightly more complicated, because their input consists of two mixers and their output of two splitters. The networks are therefore combinations of the following components, pictured in Figure 2.

Fresh water This is a specific splitter $fw \in S$, with no input, but outputs of the form (s_{fw}, m_j) , for some $j \in WT \cup P \cup HX$.

Effluent This is a specific mixer $ef \in M$, with no output, and inputs of the form (s_j, m_{ef}) , for some $j \in WT \cup P \cup HX$. Note that if one needs to take contaminant removal into account, one can add an arc leading to a processing unit. We can also include another node in the graph if overflow must be taken into account.

Hot Streams Each of the non-water streams must be cooled to some prescribed temperature, implying at least one connection to a heat exchanger. A hot stream is represented by an ordered sequence of splitter-mixer couples, whose length will be fixed to the maximum number of authorized connections. A direct mixer-splitter connection indicates that no heat exchanger is present between them.

They have specific structural constraints. Let N_{hot} be the number of hot, non-water, streams, and L_q the maximum number of authorized connections (to heat exchangers) on the stream $q \in \{1, \dots, N_{\text{hot}}\}$. We denote the connections of the stream q by q_k , for k comprised between 1 and L_q , where L_q is at most equal to N_{hot} . We have in particular at least one connection of the hot stream to some heat exchanger, since it has to be cooled, and correspondingly, one water connection. Without loss of generality, we denote this connection by q_1 , which means that there exists some $h \in HX$ and some $\gamma \in \{1, 2\}$ such that the graph includes the arc (s_{q_1}, m_h^γ) (connecting the hot stream to an heat exchanger) and the arc (s_h^γ, m_{q_1}) .

We also add connections between various (possibly virtual) heat exchangers along the stream. For every possible connection $k \in \{1, \dots, L_q - 1\}$, the graph must include some arc of the form $(m_{q_k}, s_{q_{k+1}})$. The splitter s_{q_k} will be connected to a heat exchanger or to the next mixer of the hot stream (that is, m_{q_k}). If the arc (s_{q_k}, m_{q_k}) does not belong to the graph (for some $k \in \{2, \dots, L_q\}$), then there is a heat exchanger between s_{q_k} and m_{q_k} , that is, there exists some $h \in HX$ and some $\gamma \in \{1, 2\}$ such that the graph includes the arcs $(s_{q,k}, m_h^\gamma)$ and (s_h^γ, m_{q_k}) .

Heat exchangers Each heat exchanger connects two streams, and can be represented as a pair of mixer-splitter couples. For every $h \in HX$, we have two inputs, indexed by $\gamma \in \{1, 2\}$:

$$(s_j, m_h^\gamma), \quad \text{with } j \in WT \cup P \cup HX \cup \{fw\} \cup \bigcup_{q=1}^{N_{\text{hot}}} \bigcup_{k=1}^{L_q-1} \{q_k\},$$

where N_{hot} denotes the number of hot, non-water streams. At the output of the heat exchanger, two splitters redirect the two streams towards the rest of the network: for $\gamma = 1, 2$, we have the arcs (s_h^γ, m_j) , with j belonging to the set

$$WT \cup P \cup HX \cup ef \cup \bigcup_{q=1}^{N_{\text{hot}}} \bigcup_{k=2}^{L_q} \{q_k\}.$$

Water tanks For $t \in WT$, we have on input an arc linking the splitter of some network component to the mixer of the tank, i.e.,

$$(s_j, m_t), \quad j \in WT \cup P \cup HX \cup \{fw\},$$

and on output, an arc linking the splitter of the tank to the mixer of some network component, i.e.,

$$(s_t, m_j), \quad j \in WT \cup P \cup HX \cup \{fw\}.$$

Process units Each process unit will have a mixer on input, i.e.,

$$(s_j, m_p), \quad j \in WT \cup P \cup HX \cup \{fw\},$$

and a splitter on output, i.e.,

$$(s_p, m_j), \quad j \in WT \cup P \cup HX \cup \{fw\}.$$

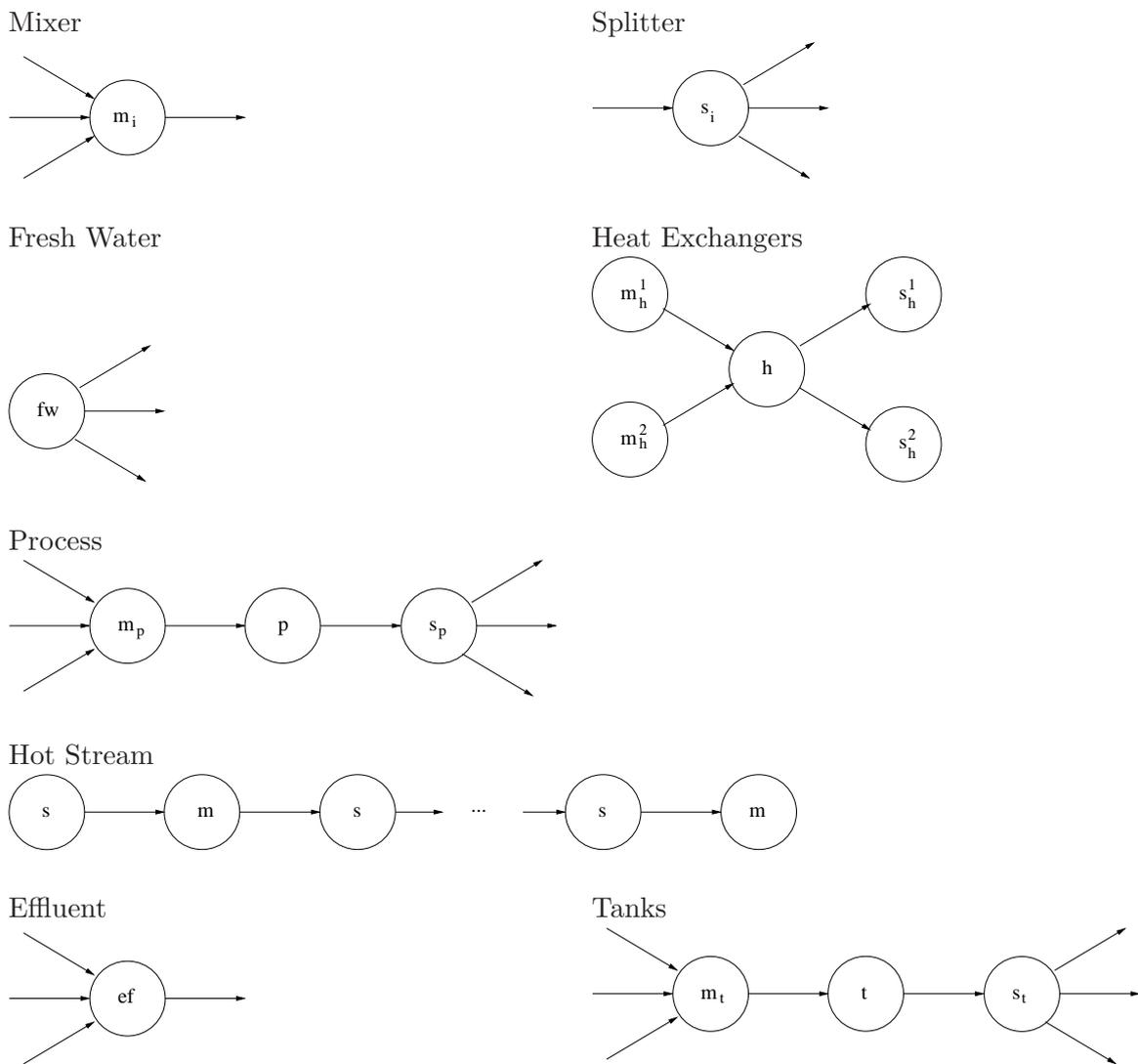


Figure 2. Representations of elements

Since each component is “framed” by a splitter-mixer pair (or two in the case of a heat exchanger), we do not have to consider explicitly components other than mixers and splitters. An arc between a mixer and a splitter having the same index will indeed imply the presence of the corresponding component. We will use the value 1 (resp. 0) to indicate the presence (resp. absence) of a component. For instance, we will write $(m_t^i, s_t^i) = 1$ if the tank i is present, and $(m_t^i, s_t^i) = 0$ otherwise. The global network is therefore a collection of couples $(i, j) \in V \times V$ corresponding to the pipes. We will fix (i, j) to 1 if the pipe already exists (recall that we are considering a retrofit problem), and to 0 if the pipe cannot be created (for instance, we cannot connect a splitter representing the output of a process unit to a mixer representing the input of a tank).

The binary variables of the model will correspond to the presence or absence of pipes, while the continuous variables will represent the characteristics of the streams traversing these pipes (from their input to their output). To each pipe will correspond operational constraints at its endpoints (which are nodes of the graph), such as constraints on maximal permissible flow, input temperature, contaminant threshold, water conservation, contaminant conservation, energy conservation, etc. Moreover, since we want to allow the addition of new components, a simple way to proceed is to fix the maximum number of new components of each type and create binary variables representing the arcs connecting them. If some of these arcs are included in the optimal solution, the components that are their endpoints must of course be added to the mill network.

3. Mathematical formulation

The specific objective is to minimize investment as well as operational costs, that is, water consumption and (external) energy requirements. Coupling the WTN and HEN networks is a way to achieve this. In order to simplify the problem, we make the following assumptions:

- the operation is a steady state one;
- there is one contaminant and waste treatment is not taken into account;
- the cost coefficients are fixed;
- the water sources have a fixed temperature.

The resulting problem, when expressed as a mathematical program, is a MINLP (Mixed Integer Nonlinear Program) with the following characteristics.

- The integer (binary) variables encode all possible network configurations. More precisely, each possible pipe will be represented by a binary variable, indicating the presence or absence of the pipe. This formulation enables one to represent both networks (the Water Tank Network and the Heat Exchanger Network) and their interconnections within one model.
- Some of the continuous variables represent *temperatures*, *flow rates*, and concentration of *contaminant* at each node of the graph, while the others represent the characteristics of the new components.

3.1. CONSTRAINTS

Various constraints have to be taken into consideration. We first state some structural rules:

- the freshwater splitter cannot be directly connected to the effluent mixer;
- fixed hot streams can only be connected to heat exchangers;
- two hot streams cannot be connected to the same heat exchanger;
- etc.

In addition to the structural constraints on the graph, there are physical constraints on

- the water and contaminants mass balance;

- the energy (heat) balance;
- the water streams (because of efficiency considerations);
- the contaminant concentration threshold for components;
- etc.

At this stage of our report, we will refer to Leewongtanawit [5] for a more exhaustive list of the constraints that should be included in our model in order to complete it. We wish, however, to emphasize the balance equations, since they are bilinear. These equations indeed make the problem intrinsically nonlinear, independently of the objective function. We will illustrate the balance equations for the water network. The mass balance equation at the input of the process p is

$$\sum_{i \in V} f_{(i,p)} \cdot c^{(i,p)} - m_p^{\text{in}} = 0, \quad p \in P,$$

i.e., the contaminant mass inside the process unit must be equal to the product of the flow rate of incoming streams (set to 0 if the pipe (i, p) does not exist) and the contaminant concentration inside the pipe. The mass balance equation at the output of the process p is

$$f_p \cdot c_p^{\text{out}} - m_p^{\text{out}} = 0, \quad p \in P,$$

where f_p denotes the total flow, i.e., $f_p = \sum_{i \in V} f_{(i,p)} = \sum_{i \in V} f_{(p,i)}$. Similar energy balance equations are needed for the heat exchangers. Moreover, in order to function properly, a heat exchanger must produce temperature differences greater than some threshold ΔT_{\min} , that could in practice be set to 10 degrees Celsius. In the following inequalities T_{in}^{hs} represents the temperature of the hotstream hs at the input of the heat exchanger, and the other variables have similar meanings.

$$\begin{aligned} T_{\text{in}}^{hs} - T_{\text{out}}^{hs} &\geq \Delta T_{\min} \\ T_{\text{out}}^{cs} - T_{\text{in}}^{cs} &\geq \Delta T_{\min} \end{aligned}$$

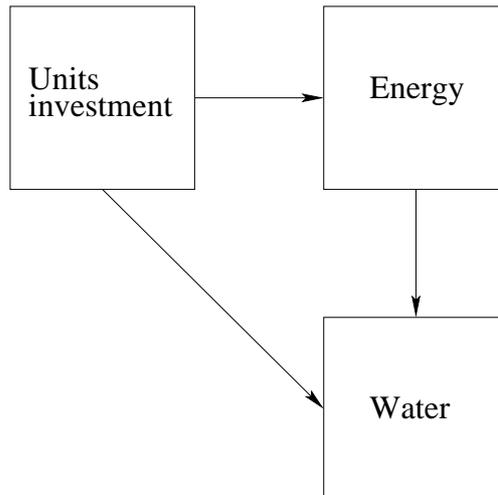


Figure 3. Competing objectives

3.2. OBJECTIVE FUNCTION

This problem can be seen as a multicriteria optimization program, as we have to deal with several objectives: we want to invest as little as possible while minimizing energy and water consumption, as summarized in Figure 3. In order to keep the objective as simple as possible, we will follow the approach adopted by Leewongtanawit [5] (see Chapter 6 and appendices). We assign a cost to each objective and add the resulting costs to obtain the overall objective function. The problem then consists of minimizing

$$C_{\text{Total}} \stackrel{\text{def}}{=} C_{\text{Investment}} + C_{\text{WTN}} + C_{\text{HEN}}.$$

There is an implicit weighting of the three objectives, but since a monetary value is natural in our case, this approach seems reasonable. We could also incorporate into the objective function some additional costs such as the maintenance and replacement costs. A way to do this is to consider annualized costs. $C_{\text{Investment}}$ denotes the investment cost. We decompose the water cost as follows:

$$C_{\text{WTN}} = C_{\text{fresh water}} + \sum_{i,j} C_{(i,j)_w} + \sum_{m \in M} C_m + \sum_{s \in S} C_s.$$

The subscript w reflects the fact that we only consider pipes associated with water (and not those used for chemical hot streams). The cost of a pipe (i, j) is simply defined as

$$C_{(i,j)} = V_{ij} \cdot X_{ij},$$

where V_{ij} is a function, usually nonlinear, of the volume of water, and X_{ij} is the binary function indicating whether the pipe exists or not. Also C_m denotes the cost of the mixer m and C_s the cost of the splitter s .

The HEN cost corresponds to the external energy, called here utility, that we have to use in order for the mill to function properly, and the cost of the heat exchangers network.

$$C_{\text{HEN}} = C_{\text{utility}} + C_{\text{infrastructure}},$$

where

$$C_{\text{utility}} = (\text{operating hours}) \cdot (\text{cost per hour})$$

The cost per hour depends upon the operation performed (heating or cooling). The cost of the HEN network is defined as the sum, over the heat exchangers, of the product of the cost of a specific heat exchanger (which depends upon its area) and some annualised factor. Note that for new components, the physical parameters (e.g., pipe section, water tank size, heat exchanger area) are not fixed in advance, but obtained as part of the model solution.

4. A sketch of the solution strategy

Since the program is intrinsically difficult, we first review different solution approaches, and then present some practical suggestions. We first describe the current engineering practice (heuristics and enumeration). Then we discuss the possibility of solving the MINLP “exactly”, and finally, we consider hybrid approaches, combining exact, engineering, and metaheuristics strategies.

Current engineering practice consists mainly of heuristics, designed on the basis of the experience gained by the engineers. If the set of possible modifications is small, we could use complete enumeration, which is however a very limiting strategy as the size of the mill increases or the

number of adjustments becomes large. If the model were simplified enough, we could also use simple mathematical programming techniques. The danger of this approach is that if we make simplifying assumptions (e.g., all the variables are continuous), the solutions obtained could be useless in practice. On the other hand, to simplify the model, we could consider HEN and WAN separately in our solution strategy, or disallow new units. In general, this approach produces sub-optimal solutions, and may lead to algorithms that do not converge.

Another approach consists of solving in turn a mixed-integer linear program (MILP) and a nonlinear program (NLP). Here is a sketch of this approach.

- a. Initialize.
- b. Solve the NLP obtained by freezing the binary variables.
- c. Freeze some variables in order to make the model linear. Solve the resulting MILP.
- d. Repeat until (hopefully) the problem is solved.

Note that the NLP problem (resp. MILP problem) is in general different from one iteration to the next. The main difficulty is that we have no guarantee that the strategy will converge and produce a useful solution.

Instead of looking for a heuristic solution, we could try to solve the problem exactly, i.e., consider coupled HEN and WAN networks. In that case we attempt to solve the MINLP problem directly, by using (for instance) such cookbook solvers as BARON (a commercial solver) and BONMIN (an *open-source* solver). Both of these solvers are available on the NEOS server [1]. The open-source approach affords us the possibility of making some adjustments to the software, if the preliminary results are promising and we wish to modify the actual code of the solver. We have, however, no guarantee that such solvers will produce acceptable solutions within a reasonable amount of time.

Finally, we could try to use hybrid methods, similar to numerous metaheuristics. Fixing all the binary variables is equivalent to specifying a particular graph (i.e., network layout), but once the binary variables are fixed, the problem is only slightly nonlinear, and it is reasonable to try to solve it by standard nonlinear programming techniques. In other words, we could use a standard NLP solver for each local (descent) search.

In order to make use of this observation in our solution strategy, we must devise a way of exploring the state space of binary variables, i.e., the space of possible mill configurations. To be efficient, the space exploration phase should rely on some metric expressing the difference between graphs. We could adapt a metric motivated by similar engineering problems (see Emmerich et al. [3]). Consider all permissible modifications (or “moves”) on the graph representing a mill configuration (e.g., add/remove a heat exchanger), and associate a weight to each move. The distance between two graphs is then defined as the minimal sum of weights for sequences of moves transforming one graph into the other. Once the metric has been chosen, we may try to use any of the classical metaheuristics or learning algorithms (e.g., simulated annealing, genetic algorithms, etc.).

We could incorporate existing engineering heuristics into such a framework (for instance, to set the weights or select the step size). Note that this could yield not only practical algorithms that improve on existing techniques, but also interesting mathematical questions.

5. Conclusions

Although attempting to design optimal HEN and WAN networks simultaneously (i.e., without artificially thinking of them as separate objects) is a very difficult problem, the combined use of mathematical programming, metaheuristics, and existing engineering heuristics may lead to a good

solution of this problem and to interesting mathematics. Of course, our procedures must be tested both on benchmark examples and on real data; this will enable us to refine the ideas presented above.

Various extensions are possible, for instance by relaxing some of our assumptions. In particular, we could consider more than one contaminant, or more than one treatment; we could also take into account the stochastic behaviour of fresh water temperature, which is seasonal in general. The model could also be improved by generalizing the cost function (especially refining the terms in the cost function), incorporating heat losses (e.g., in pipes), etc. We could also introduce some robustness concerns, some control and dynamical aspects, and environmental and practical constraints, into the model.

Computational results are of course required to test our model, and should be obtained for real networks and benchmark networks. We could also explore alternative solution strategies. But perhaps most importantly, this preliminary work demonstrates that MINLP is an emerging, exciting, and very promising field with numerous potential applications in many areas of industry and basic science.

Acknowledgements

We would like to thank Professors Michel Perrier, Paul Stuart, and Bala Srinivasan, from the École Polytechnique de Montréal, for introducing us to the researchers of the CANMET Energy Technology Centre. We are also grateful to Alberto Alva-Argáez, Étienne Ayotte-Sauvé, and Luciana Savulescu, who proposed the problem described in the report. Without them, this preliminary work would not have taken place.

References

1. J. Czyzyk, M. P. Mesnier, and J. J. Moré, The NEOS server, *IEEE Computational Science & Engineering*, 5(3):68–75, 1998.
2. Hong-Guang Dong, Chih-Yao Lin, and Chuei-Tin Chang. Simultaneous optimization approach for integrated water-allocation and heat-exchange networks, *Chemical Engineering Science*, 63(14):3664–3678, 2008.
3. Michael Emmerich, Monika Grötzner, and Martin Schütz, Design of graph-based evolutionary algorithms: A case study for chemical process networks, *Evolutionary Computation*, 9(3):329–354, 2001.
4. M. Gunaratnam, A. Alva-Argáez, A. Kokossis, J.-K. Kim, and R. Smith, Automated design of total water systems, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 44(3):588–599, 2005.
5. Boondarik Leewongtanawit, *Heat-integrated water system design*. PhD thesis, University of Manchester, Manchester, 2005.

Planification opérationnelle d'une chaîne d'approvisionnement forestière

Jean-Marc Frayret

École Polytechnique de Montréal

Sébastien Lacroix

Représentant industriel, Feric, FPInnovations

Maryem Ahib

Étudiante, CIRRELT et Université du Québec à Montréal

Amira Dems

Étudiante, École Polytechnique de Montréal

Rafael Olarte

Étudiant, University of Maryland

Sébastien Lemieux

Rédacteur, FORAC, Université Laval

1. Contexte du problème

L'industrie forestière du Québec se distingue de plusieurs de ses concurrentes par le fait que les forêts exploitées se trouvent au nord. En effet, les blocs de récolte sont majoritairement situés dans le nord du Québec alors que les usines se trouvent près des centres urbains.

La croissance des arbres récoltés est lente puisque les forêts sont situées au nord du territoire. Les blocs de coupe sont donc très souvent dépourvus de chemins d'accès puisqu'il faut attendre très longtemps avant de pouvoir récolter de nouveau.

Les entreprises doivent donc planifier à long terme l'ordonnancement des blocs à récolter, de façon à planifier aussi la construction de chemins d'accès. Elles doivent aussi tenir compte du fait que la forêt québécoise est principalement publique et que plusieurs entreprises doivent se partager cette ressource.

Le problème étudié dans ce rapport nous a été proposé par M. Sébastien Lacroix, de la division FERIC de FPInnovations, et se pose en particulier à la compagnie Kruger. FPInnovations est le plus important institut de recherche forestier à but non lucratif du monde (voir le site www.fpinnovations.ca). Nous remercions chaleureusement Mme Sophie D'Amours, directrice du Consortium de recherche FORAC, et M. Christian Rouleau, chercheur au FORAC, de nous avoir mis sur la piste de ce problème. Le travail décrit dans ce rapport est surtout un travail de modélisation, aboutissant à un modèle complet du problème ; à notre connaissance, aucun autre modèle complet de ce problème n'a été proposé jusqu'ici.

2. Structure du problème

Dans ses grandes lignes, le problème est de planifier la répartition des équipes de façon à pouvoir récolter des blocs de coupe et ainsi satisfaire la demande des différentes usines selon leurs besoins en produits spécifiques. Dans cette section, nous décrivons les ensembles, paramètres et variables de décision utilisés dans le modèle.

2.1. ENSEMBLES

Le problème, tel que fourni par le partenaire industriel, consistait à planifier les opérations pendant toute une année subdivisée en 52 périodes. De plus, 12 équipes étaient disponibles pour effectuer la récolte sur ce territoire. La récolte peut fournir 11 produits différents, livrés à 5 usines selon leurs besoins.

Un bloc de coupe est une zone géographique, de forme et surface variables, dont les arbres et les terrains présentent des ressemblances. En définissant les blocs de cette manière, il est possible de prévoir avec une plus grande précision les caractéristiques des arbres qui seront récoltés, de façon à mieux harmoniser la demande des usines et l'approvisionnement forestier.

Une liste de chemins a également été fournie, avec, pour chacun, le groupe de blocs auxquels il donne accès. Lors de la récolte, il est possible d'utiliser des méthodes de coupe différentes, ce qui influencera le panier de produits. Par exemple, il pourrait être profitable de couper les arbres en des longueurs relativement petites pour satisfaire la demande d'une usine.

Ensemble	Description	Élément anonyme
$T = \{1, 2, \dots, 52\}$	Ensemble de périodes	t
$E = \{1, 2, \dots, 12\}$	Ensemble d'équipes	e
$P = \{1, 2, \dots, 11\}$	Ensemble de produits	p
$U = \{1, 2, \dots, 5\}$	Ensemble d'usines	u
$B = \{1, \dots, b, \dots, 169\}$	Ensemble de blocs	b
$B_c \subset B$	Ensemble des blocs accessibles par le chemin c	b
C	Ensemble des chemins	c
X	Ensemble des paniers de produits	x

Notez que dans la suite de ce rapport, b_0 dénote le bloc de départ.

2.2. PARAMÈTRES

Afin de rendre la présentation plus claire, les paramètres ont été regroupés en trois catégories. Le premier groupe comprend les paramètres liés à des volumes (récolte d'un bloc, limites d'inventaire, demande d'une usine et capacité de récolte d'une équipe).

v_{pb}^x	Volume disponible du produit p dans le bloc b si récolté dans le panier x [m ³]
I_u^{\min}	Volume d'inventaire minimal à l'usine u [m ³]
I_u^{\max}	Volume d'inventaire maximal à l'usine u [m ³]
D_{pu}^t	Demande de l'usine u à la période t pour le produit p [m ³]
Z_{eb}	Capacité journalière maximale de récolte par l'équipe e pour récolter le bloc b [m ³ /j]

Le deuxième groupe de paramètres comprend principalement les coûts qui seront utilisés dans le modèle. Ils sont surtout associés aux chemins, à la récolte, à l'inventaire et au transport. Le dernier coût permet de rendre le problème réalisable dans le cas où il est impossible de satisfaire la demande d'une usine avec les blocs de coupe présents.

A_c^t	Coût de construction du chemin c à la période t [\$]
R_{be}	Coût de récolte avec l'équipe e sur le bloc b [\$/m ³]
θ_p^t	Coût (pénalité) de la détérioration du produit p en forêt lors de l'entreposage à la période t [\$/m ³]
K_{pu}	Coût d'inventaire du produit p dans l'usine (u) [\$/m ³]
$W_{bb'}$	Coût de déplacement d'une équipe du bloc b au bloc b' [\$]
Q_{bup}	Coût de transport du bloc b à l'usine u du produit p [\$]
σ_p	Coût d'achat extérieur du produit p [\$/m ³]

Le troisième groupe de paramètres comprend les paramètres liés au temps, à savoir des nombres de jours et de périodes correspondant aux différentes activités des équipes de récolte.

N_{et}^{\min}	Nombre minimal de jours que l'équipe e doit travailler à la période t [j]
N_{et}^{\max}	Nombre maximal de jours que l'équipe e doit travailler à la période t [j]
n_{eb}	Nombre de périodes nécessaires à l'équipe e pour récolter le bloc b
λ_c	Nombre de jours requis pour la construction du chemin c [j]

2.3. VARIABLES DE DÉCISION PRINCIPALES

Les variables de décision principales sont présentées dans la table suivante. Ces variables correspondent aux décisions majeures prises par le gestionnaire. Notons que la récolte d'un bloc peut commencer à n'importe quelle période, mais qu'il faut effectuer la coupe de ce bloc au complet avant de transférer l'équipe à un autre bloc. Par conséquent, dans la variable V_{ebpt}^r , l'indice t représente la période à laquelle commence la récolte du bloc b par l'équipe e , et l'indice r la période de rang r dans la suite de périodes (où t est la période de rang 1). La figure 1 illustre certaines paires de valeurs pour t et r .

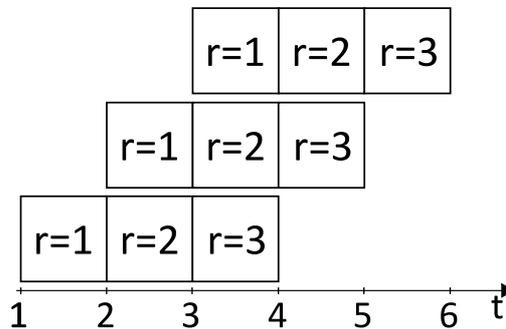


Figure 1. Périodes de récolte possibles d'un bloc de coupe

V_{ebpt}^r	Volume du produit p récolté par l'équipe e sur le bloc b) au cours de la période de récolte ayant commencé à la période t et lors de la r^e période de temps [m ³]
I_{pu}^t	Volume en stock du produit p à l'usine u pendant la période t [m ³]
J_{pb}^t	Volume en stock du produit p dans le bloc b pendant la période t [m ³]
H_{bup}^t	Volume du produit p transporté du bloc b vers l'usine u pendant la période t [m ³]
N_{ebt}	Nombre de jours utilisés par l'équipe e pendant la période t pour récolter le bloc b [j]
L_{up}^t	Volume de produit p acheté par l'usine u pendant la période t [m ³]

2.4. VARIABLES DE DÉCISION SECONDAIRES

Ces différentes variables binaires sont utilisées par le modèle pour assurer la validité de ce dernier. Elles permettent également d'écrire les contraintes dans les sections suivantes.

La variable	prend la valeur 1 si et seulement si
Δ_{ce}^t	l'équipe e construit le chemin c à la période t .
δ_c^t	le chemin c existe à la période t .
γ_{eb}^t	l'équipe e a commencé à récolter le bloc b à la période t .
$\rho_{ebb'}^t$	l'équipe e se déplace du bloc b au bloc b' pendant la période t ou entre t et $t + 1$.
β_{ebt}	l'équipe e est dans le bloc b à la période t
ε_b^x	la méthode de récolte utilisée pour le bloc b produit le panier x .

3. Modèle du problème

3.1. FONCTION-OBJECTIF

Nous avons choisi une fonction à minimiser, représentant les différents coûts liés à l'exploitation forestière (coûts de récolte, de transport du bois vers les usines, de stockage, de construction de chemins et de déplacement des équipes). Pour que le modèle ait une solution réalisable, nous avons introduit une pénalité de non satisfaction de la demande (correspondant à l'achat des produits demandés à l'extérieur).

Ainsi, il est toujours possible de trouver une solution du modèle même si la demande est impossible à combler avec les blocs de coupes présents. Dans le pire cas, aucun volume ne sera récolté et la fonction-objectif aura une valeur très élevée à cause de la pénalité ; mais la solution

trouvée restera quand même réalisable.

$$\begin{aligned}
\min : & \sum_{b,e,p,t} \sum_{r \in [1, n_{eb}]} (R_{be} \cdot V_{ebpt}^r) && \text{minimisation des coûts} \\
& + \sum_{t,b,u,p} (Q_{bup} \cdot H_{bup}^t) && \text{de récolte} \\
& + \sum_{t,p,u} (K_{pu} \cdot I_{pu}^t) + \sum_{t,p,b} (J_{bp}^t \cdot \theta_p^t) && \text{de transport aux usines} \\
& + \sum_{c,t,e} (A_c^t \cdot \Delta_{ce}^t) && \text{de stockage} \\
& + \sum_{t,e} \sum_{\substack{b,b' \\ b \neq b'}} (\rho_{ebb'}^t \cdot W_{ebb'}) + \sum_{b,e} (\rho_{eb_0b}^1 \cdot W_{eb_0b'}) && \text{de construction de chemins} \\
& + \sum_{u,p,t} (\sigma_{pu} \cdot L_{up}^t) && \text{de déplacement des équipes} \\
& && \text{de pénalité de non satisfaction de} \\
& && \text{la demande}
\end{aligned}$$

3.2. CONTRAINTES DE CONSERVATION DE FLUX

Le deux contraintes ci-dessous sont les contraintes classiques de conservation de flux. Elles servent à assurer que l'inventaire d'une période donnée est égal à l'inventaire de la période précédente auquel on ajoute les entrées et retranche les sorties.

Contrainte de flux en usines

$$I_{pu}^{t-1} + \sum_b H_{bup}^t = I_{pu}^t + D_{up}^t + L_{up}^t \quad \forall p, u, t$$

Contrainte de flux en forêt

$$J_{pb}^{t-1} + \sum_{\tau=t-n_{eb}+1}^t V_{ebp\tau}^{t-\tau+1} = J_{pb}^t + \sum_u H_{bup}^t \quad \forall p, b, t$$

3.3. CONTRAINTES D'AFFECTION DES PÉRIODES DE RÉCOLTES

Les contraintes suivantes permettent d'affecter les équipes aux blocs de coupe. Entre autres contraintes, une seule équipe peut récolter un bloc et elle doit effectuer la récolte entière d'un bloc même si celle-ci dure pendant plus d'une période.

$$\sum_{r=1}^{n_{eb}} V_{ebpt}^r \leq F \cdot \gamma_{eb}^t \quad \forall e, b, p, t \quad \text{sélection des scénarios de récolte où } F \text{ est une grande constante}$$

$$\sum_{e,t} \gamma_{eb}^t = 1 \quad \forall b \quad \text{une équipe ne peut commencer à récolter un bloc qu'une fois}$$

$$n_{eb} \cdot \gamma_{eb}^t = \sum_{\tau=t}^{t+n_{eb}-1} \beta_{eb\tau} \quad \forall e, b, t \quad \text{si une équipe commence à récolter un bloc à une période donnée, alors elle continue à le récolter pendant le nombre de périodes consécutives requises}$$

$$\sum_e \beta_{ebt} \leq 1 \quad \forall b, t \quad \text{il y a une seule équipe dans un bloc pendant une période donnée}$$

$$\gamma_{eb}^t + \sum_{b' \neq b} \beta_{eb't} \leq 2 \quad \forall e, t, b \quad \text{si une équipe commence à récolter un bloc à une période donnée, alors elle ne peut être présente que sur un seul autre bloc}$$

3.4. CONTRAINTES DE CAPACITÉ DE TRANSPORT DES BILLES

La contrainte suivante permet de respecter la capacité de transport disponible. Ainsi, la somme des volumes de tous les produits transportés des blocs vers les usines est bornée, pour chaque période, par un minimum (à cause des contrats avec les transporteurs) et un maximum (à cause de la capacité des camions).

Contrainte de capacité globale de transport

$$H^{\min} \leq \sum_{b,u,p} H_{bup}^t \leq H^{\max} \quad \forall t$$

3.5. CONTRAINTES DE CAPACITÉ DE STOCKAGE AUX USINES

Cette contrainte permet de s'assurer que la somme de tous les produits ne descende pas en-dessous d'un certain niveau (appelé inventaire de sécurité) et ne dépasse pas la capacité de la cour à bois (spécifique à chaque usine).

Contrainte de capacité globale de stockage

$$I_u^{\min} \leq \sum_p I_{pu}^t \leq I_u^{\max} \quad \forall u, t$$

3.6. CONTRAINTES DE TRANSFERT DES ÉQUIPES

Les contraintes ci-dessous sont utilisées pour la gestion du transfert des équipes entre deux blocs. Elles servent principalement à respecter des contraintes logiques : par exemple, une équipe n'entre dans un bloc ou ne sort d'un bloc qu'une seule fois, et elle doit entrer dans un bloc pour pouvoir sortir de ce bloc.

$\rho_{eb_0b}^1 = \gamma_{eb}^1 \quad \forall e, b$ si une équipe commence à récolter un bloc à la première période, alors elle a subi un transfert

$1 + \rho_{ebb'}^t \geq \beta_{ebt} + \beta_{eb't} \quad \forall e, t \in [2, T], \forall b, b', b \neq b'$

$1 + \rho_{ebb'}^t \geq \beta_{ebt} + \beta_{eb',t+1} \quad \forall e, \forall b, b', b \neq b', t \in [1, T-1]$

si une équipe est présente sur deux blocs à la même période ou pendant deux périodes successives, alors elle a subi un transfert

$\sum_{\substack{t,e \\ b' \neq b}} \rho_{ebb'}^t = 1 \quad \forall b$

il n'est possible de quitter un bloc qu'une fois

$\sum_{\substack{t,e \\ b' \neq b}} \rho_{eb'b}^1 = 1 \quad \forall b$

il n'est possible d'entrer dans un bloc qu'une fois

$\sum_{b' \neq b} \sum_{\tau=1}^{t-1} \rho_{eb'b}^\tau \geq \sum_{b' \neq b} \rho_{ebb'}^t$

il n'est possible de quitter un bloc que si on y est entré auparavant

3.7. CONTRAINTES DE DISPONIBILITÉ DE LA RESSOURCE

Pour chaque bloc, le modèle doit choisir le type de panier de produits qui sera utilisé (c'est-à-dire la méthode de récolte utilisée). Étant donné ce choix, il faut que le volume de bois récolté pendant toutes les périodes de récolte soit au plus égal à ce que contient ce bloc.

$$\sum_{r=1}^{n_{eb}} V_{ebpt}^r \leq v_{bp}^x \cdot \varepsilon_b^x \quad \forall e, b, p, t, x$$

$$\sum_x \varepsilon_b^x = 1 \quad \forall b$$

3.8. CONTRAINTES DE CONSTRUCTION DE CHEMINS

Les contraintes ci-dessous permettent au modèle de choisir la période de construction d'un chemin et de garantir qu'un chemin déjà construit peut être utilisé.

$\sum_{e,t} \Delta_{ce}^t = 1 \quad \forall c$

un chemin n'est construit qu'une fois

$\sum_e \Delta_{ce}^t = \delta_c^t \quad \forall c, t$

un chemin doit être construit par une équipe

$\delta_c^{t-1} + \sum_e \Delta_{ce}^t = \delta_c^t \quad \forall c, t \in [2, T]$

un chemin déjà construit peut être utilisé

3.9. CONTRAINTES D'ACCESSIBILITÉ AUX BLOCS

Pour récolter un bloc, il faut s'assurer qu'un chemin menant à ce bloc soit construit. Un tel chemin ne sera construit que si la récolte commence immédiatement dans au moins un bloc auquel mène le chemin ; cette contrainte permet d'éviter des déplacements inutiles. Rappelons que F dénote une très grande constante.

$$\sum_{b \in B_c} \sum_p V_{ebpt}^1 \geq \Delta_{ce}^t \quad \forall c, t, e \quad \text{si on construit un chemin, il faut récolter au moins un des blocs auxquels il mène}$$

$$\sum_e \sum_{b \in B_c} \sum_{\tau=t-n_{eb}+1}^t V_{ebp\tau}^{t-\tau+1} \leq F \cdot \delta_c^t \quad \forall c, t \quad \text{on ne peut récolter que si le chemin existe}$$

3.10. CONTRAINTES DE CAPACITÉ DE RÉCOLTE

Ces contraintes permettent de tenir compte de la capacité de récolte de chaque équipe pour chaque période. En particulier, si une équipe doit construire un chemin pendant une période donnée, sa capacité est amputée du temps nécessaire à la construction de ce chemin.

$$\sum_p V_{ebpt}^1 \leq N_{ebt} \cdot Z_{eb} - \sum_c \Delta_{ce}^t \cdot \lambda_c \quad \forall e, b, t \quad \text{la capacité de la première période est réduite du temps passé à construire le chemin, s'il y a lieu}$$

$$\sum_p \sum_{\tau=t-n_{eb}+1}^t V_{ebp\tau}^{t-\tau+1} \leq N_{ebt} \cdot Z_{eb} \quad \forall e, b, t \quad \text{le volume total est au plus égal à la capacité de l'équipe, pour un bloc donné et une période donnée}$$

$$N_{et}^{\min} \leq \sum_b N_{ebt} \leq N_{et}^{\max} \quad \forall e, t$$

4. Conclusion

Le modèle présenté ci-haut n'a pas été résolu pendant l'atelier. La compréhension du problème et sa modélisation ont occupé la majeure partie de la semaine. Toutefois nous pensons qu'il contient très peu d'erreurs et qu'elles seront facilement décelées au cours de l'implantation.

Les membres de l'équipe désirent remercier Jean-Marc Frayret du temps précieux qu'il leur a accordé pendant l'atelier ; il a répondu à leurs nombreuses questions et les a initiés à la modélisation des problèmes de foresterie.

Estimation de la production de planches par échantillonnage de lots

Gilles Caporossi et Sylvain Perron
Coordonnateurs, HEC Montréal

Marc Drouin
Représentant industriel, Exact Modus Inc.

Pierre Hansen
Professeur, HEC Montréal

Rudi Helfenstein, Bastien Legrand, Manuel Ruiz, Mathieu Sabatier et Sébastien Thouément
Étudiants, GERAD et HEC Montréal

Une usine québécoise de sciage achète des lots de billes de bois et les transforme en planches. Un lot de billes de bois est composé d'un ensemble de billes de bois qu'il est impossible de décomposer ; il doit donc être considéré comme un tout. L'acheteur et le vendeur s'entendent sur un prix pour le lot au complet. Selon la qualité des billes que compose le lot, il sera possible d'en faire des planches de différentes dimensions et de grades différents (dont les valeurs seront par conséquent très diverses). Dans l'ensemble de lots achetés par l'usine, il y a donc une proportion connue de billes d'un type donné. À la fin du sciage, l'usine connaît la proportion des planches de chaque grade que ce lot a produit.

Les gestionnaires de l'usine aimeraient donc être capables de prédire, pour un type de bille donné, la répartition en différents types des planches provenant de la bille en question. Cette connaissance leur permettrait d'une part, d'évaluer les lots proposés par le vendeur, et d'autre part, de déterminer si le processus de découpe des billes s'est bien déroulé. En entrée, on dispose donc des données correspondant à un ensemble de lots, et en sortie, on aimerait avoir une prévision de ce que "produit" une bille, en termes de types de planches. Le problème étudié dans ce rapport nous a été proposé par M. Marc Drouin, de la compagnie Exact Modus Inc., et M. Marco Tanguay, de la compagnie Les Bois Francs L'Islet-Sud. Nous remercions chaleureusement Mme Sophie D'Amours, directrice du Consortium de recherche FORAC, et M. Christian Rouleau, chercheur au FORAC, de nous avoir mis sur la piste de ce problème.

Les images contenues dans ce rapport proviennent des sources suivantes : Exact Modus, Wikipedia et Photothèque Filopix.

Ce qui fait la qualité du bois

La qualité d'une planche est l'élément le plus important pour établir son prix. Parmi les facteurs qui influent sur cette qualité, la présence de nœuds est déterminante. La présence d'un nœud est associée au départ d'une branche. Non seulement il marque la planche d'un point de couleur foncée souvent jugé inesthétique, mais il entraîne aussi une faiblesse mécanique du bois, qui risque plus facilement de se briser ; le nœud peut même se détacher de la planche dans certains cas.

Il n'est donc pas étonnant que les experts qui doivent évaluer une bille de bois comptent le nombre de faces sans nœuds (appelées *faces claires*) qu'elle comporte. Pour identifier le nombre de faces claires d'une bille de bois, l'expert imagine un découpage en quatre quartiers de la bille de telle sorte qu'il y ait le plus possible de quartiers sans nœuds. Une bille de bois peut donc avoir une, deux, trois ou quatre faces claires, ou bien aucune.

Le cœur du tronc de l'arbre (de couleur plus foncée, comme on peut le voir sur la figure 1) est aussi une caractéristique que l'on cherche à éviter, pour des raisons esthétiques mais aussi des raisons mécaniques. En effet, les fibres qui composent le cœur du bois ont pour fonction d'irriguer l'arbre et sont donc plus spongieuses et moins résistantes que les parties extérieures, sauf l'écorce.



Figure 1. Le cœur d'une bille de bois

Au moment de l'achat d'un lot, chacune des billes qui le composent est décrite par les informations suivantes :

- son essence (érable, pin, chêne, etc.),
- son diamètre,
- son nombre de faces claires,
- le pourcentage de cœur qu'elle comporte,
- sa longueur, et
- le volume de bois que l'on peut en attendre (en pieds mesure de planche ou PMP : l'unité utilisée dans l'industrie).

Pour simplifier la négociation au moment de la vente d'un lot, toutes les mesures caractérisant une bille sont standardisées, décrites par des tables et soumises à des normes.



Figure 2. Un technicien en train d'analyser la qualité d'une bille de bois

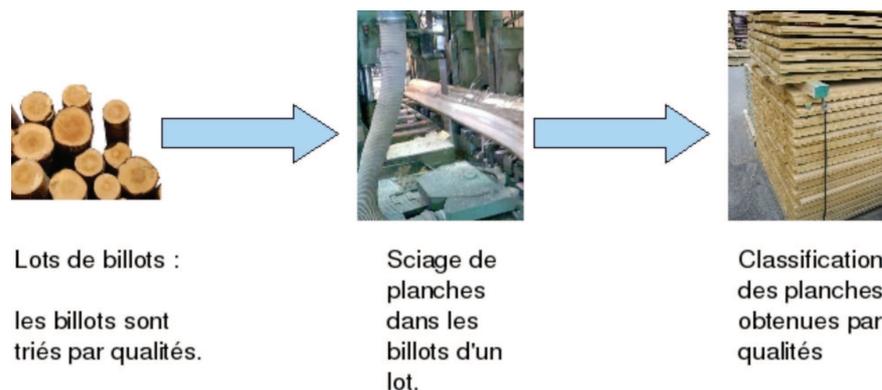


Figure 3. Transformation des billots en planches

Le processus de fabrication des planches

L'opérateur qui découpe les billes de bois pour en faire des planches procède selon une méthode bien établie qui vise à produire des planches dont la valeur totale est maximale. Il commence par trancher la plus belle face pour essayer de produire de grandes planches sans nœud ni cœur ; celles-ci auront une plus grande valeur. Il tournera ensuite la bille de 90 degrés pour faire des planches de bonne qualité et ainsi de suite, jusqu'à ce que la bille soit complètement découpée. Les types de planches produites varieront selon la nature du bois et l'expérience du scieur. Les planches ainsi produites sont acheminées vers un poste de triage où elles sont regroupées par qualité (ou *grade*). Comme les billes sont découpées sans interruption, éventuellement par plusieurs scies en même temps, il n'est pas possible de connaître l'arbre duquel provient une planche donnée. Toutefois, on sait de quel lot elle provient, parce que l'usine conserve cette information. Le processus est décrit à la figure suivante.

L'opérateur peut en outre décider de scinder une planche s'il estime que la valeur de la somme des deux planches qui résultent de cette scission est supérieure à celle de la planche d'origine. Ceci peut avoir lieu si une belle planche comporte quelques nœuds sur une partie mais pas sur l'autre. La scission permet de profiter du prix très avantageux du grade *Select et meilleur* sur une portion de la planche alors que la planche complète ne respecte pas les standards de ce grade. Le grade *Select et meilleur* est le meilleur grade de bois que l'on puisse obtenir ; il autorise un très faible nombre de nœuds à la condition qu'ils ne portent pas atteinte à la résistance de la planche. Par conséquent, il est possible de fabriquer des planches de grade *Select et meilleur* avec une bille ne comportant aucune face claire.

La caractérisation d'un lot de planches

Chaque planche produite par un lot de billes donné est mesurée et gradée. On peut donc savoir dans le détail ce qui est produit. Chaque planche est décrite par :

- son essence,
- sa qualité (grade),
- sa couleur,
- sa longueur,
- sa largeur,
- son épaisseur, et



Figure 4. Planches triées par grades



Figure 5. Tri des planches après le sciage

- son volume (en PMP).

La problématique

La découpe des billes de bois et la prévision de ce qu'elle produira est sujette à des erreurs. D'une part, la découpe dépend partiellement de l'expérience du scieur, mais on ignore aussi le détail de ce qui est produit par chaque bille de bois. Par contre, l'obtention d'échantillons de lots est facile. Étant donné que la plupart des usines de sciage tiennent une comptabilité sérieuse des lots achetés et des planches qu'elles produisent, il est possible d'utiliser un modèle mathématique pour prédire la production d'une bille moyenne parmi celles qui possèdent des caractéristiques communes. Nous voulons donc formuler un modèle qui nous permette de prédire, à partir des caractéristiques des billes composant un lot donné, la distribution des planches en fonction de leur grade. Un tel modèle nous permettra aussi de découvrir la distribution de planches qu'une bille donnée peut produire. Comme chaque bille est unique, on ne peut pas s'attendre à ce que cette prévision soit exacte, et le modèle choisi aura nécessairement une composante aléatoire. On peut voir cette composante comme une erreur que l'on cherche à minimiser et qu'il sera sans doute possible de caractériser statistiquement.

Approches de résolution

Le type de modèle proposé consiste d'une combinaison de modèles de régression des moindres valeurs absolues. Avant de présenter les formulations mathématiques, nous présentons la définition des ensembles, paramètres et variables communs aux différents modèles proposés.

DÉFINITION DES ENSEMBLES

T : ensemble des types de planches

Q : ensemble des types de billes de bois

L : ensemble des lots de billes de bois

DÉFINITION DES PARAMÈTRES

b_{ik} : volume (en PMP) de planches du type k produit par le lot de billes i .

a_{ij} : volume (en PMP) de billes du type j que contient le lot de billes i .

DÉFINITION DES VARIABLES

ε_{ik}^+ et ε_{ik}^- : écarts entre les valeurs prédite et observée du volume de planches du type k pour le lot i .

p_{kj} : proportion de planches du type k que produit une bille du type j .

Le premier modèle proposé consiste à minimiser les erreurs (en valeurs absolues) sur les volumes prédits pour tous les types de planches et pour tous les lots.

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_{\substack{i \in L \\ k \in T}} (\varepsilon_{ik}^+ + \varepsilon_{ik}^-) \\ \text{s.c.} \quad &\sum_{j \in Q} a_{ij} p_{kj} + \varepsilon_{ik}^+ - \varepsilon_{ik}^- = b_{ik} && \forall i \in L, \forall k \in T \\ &\sum_{k \in T} p_{kj} = \alpha && \forall j \in Q \\ &p_{kj} \geq 0 && \forall k \in T, \forall j \in Q \\ &\varepsilon_{ik}^+ \geq 0, \varepsilon_{ik}^- \geq 0 && \forall i \in L, \forall k \in T \end{aligned}$$

Notons que la contrainte

$$\sum_{k \in T} p_{kj} = \alpha$$

permet de tenir compte du fait qu'il y a un écart entre les PMP réellement produits et ceux estimés lors de l'analyse des billes de bois. Il peut être nécessaire de résoudre le modèle avec plusieurs valeurs de α afin de trouver une valeur convenable pour ce paramètre.

On peut modifier l'objectif et pondérer chaque écart de façon à donner des poids différents aux combinaisons "type de planche-lot" :

$$\min Z = \sum_{\substack{i \in L \\ k \in T}} w_{ik} (\varepsilon_{ik}^+ + \varepsilon_{ik}^-).$$

Par exemple, pour minimiser les écarts en pourcentage, il suffit de poser

$$w_{ik} = \frac{1}{b_{ik}}.$$

Finalement, on pourrait vouloir minimiser l'écart maximal, ce qui revient à résoudre le modèle ci-dessous.

$$\begin{aligned} \min Z &= \varepsilon \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{j \in Q} a_{ij} p_{kj} + \varepsilon_{ik}^+ - \varepsilon_{ik}^- = b_{ik} & \forall i \in L, \forall k \in T \\ & \sum_{k \in T} p_{kj} = \alpha & \forall j \in Q \\ & p_{kj} \geq 0 & \forall k \in T, \forall j \in Q \\ & 0 \leq \varepsilon_{ik}^+ \leq \varepsilon, 0 \leq \varepsilon_{ik}^- \leq \varepsilon & \forall i \in L, \forall k \in T \end{aligned}$$

Validation des modèles et recommandations

Il nous a été impossible de valider les modèles avec les données dont nous disposions. Des renseignements étaient disponibles pour un petit nombre de lots de taille relativement grande (environ par essence de bois). Pour valider les modèles, il aurait fallu disposer de données provenant du détail de production d'un plus grand échantillon de lots de billes de bois.

Afin de maintenir la taille du modèle à un niveau raisonnable tout en considérant les différentes caractéristiques importantes des billes (nombre de faces claires, diamètre, longueur, etc.) et des planches (qualité, couleur, longueur, etc.), il est recommandé de regrouper des planches et des billes selon certaines caractéristiques. Par exemple, l'expérience indique que les distributions de planches que l'on peut attendre de billes de grands diamètres se ressemblent, mais que cette distribution varie beaucoup plus en fonction du diamètre quand celui-ci est relativement petit. Nous suggérons de regrouper les diamètres en trois classes : les petits, les moyens et les grands. Ce regroupement permet de limiter le nombre de lots nécessaires pour obtenir un modèle raisonnable.

Un problème de cueillette et livraison avec des plaques tournantes et une flotte hétérogène

Jean-Yves Potvin

Coordonnateur, Université de Montréal

Patrick St-Louis

Représentant industriel, GIRO Inc.

Jean-François Cordeau

Professeur, HEC Montréal

Jean-François Côté

Étudiant, Université de Montréal

Marie-Ève Rancourt

Rédactrice, HEC Montréal

1. Introduction

Historiquement, la relation entre le transport de marchandises et la croissance économique est notoire (voir les études des économistes Gabella-Latreille [2], Meyer [7] et Lenormand [6], entre autres). Ces dernières années, grâce à la globalisation et à la dérèglementation, les échanges entre les différents marchés ont pris beaucoup d'ampleur. Par contre, la hausse des prix du pétrole a augmenté considérablement les dépenses en carburant pour les transporteurs. On constate aussi que les marges bénéficiaires dans le domaine du transport sont relativement faibles étant donné la forte compétition. Il est donc devenu essentiel de mettre en oeuvre des pratiques de gestion de plus en plus efficaces afin de répondre à la demande des clients rapidement, et ce, tout en réduisant les coûts. C'est dans ce contexte que de nouvelles structures de réseaux de transport se développent. Certains transporteurs terrestres commencent à s'intéresser à l'intégration de plaques tournantes dans leur réseau de transport. L'analogie avec les compagnies aériennes est évidente. Il y a longtemps que celles-ci utilisent des plaques tournantes afin d'accroître leur efficacité et faire diminuer leurs coûts. Néanmoins, cette structure est beaucoup moins utilisée dans le transport terrestre.

Le problème traité dans le cadre de cet atelier nous a été proposé par GIRO Inc. Cette entreprise se spécialise dans le développement et l'implantation de logiciels servant à la planification et à la gestion d'opérations de transport. Le but de ce projet est de proposer des méthodes de résolution pour un problème de transport avec des plaques tournantes.

L'objectif du problème standard de cueillettes et de livraisons avec des fenêtres de temps (PCLFT) est de déterminer un ensemble de tournées de véhicules à coût minimal de manière à desservir des requêtes de clients. Dans le PCLFT chaque client correspond à une paire de sommets : un sommet de cueillette et un de livraison. Une requête $R_i = (i^+, i^-)$ consiste à faire une cueillette à un sommet i^+ et à la livrer à un sommet i^- . L'ensemble des n requêtes sera noté Ω . Chaque client j doit recevoir une visite à l'intérieur d'une fenêtre de temps $[a_j, b_j]$. Lorsqu'un sommet correspond à une cueillette ou à une livraison, on notera $[a_{i^+}, b_{i^+}]$ la fenêtre de temps pour la cueillette et $[a_{i^-}, b_{i^-}]$ la fenêtre de temps pour la livraison. Dans le PCLFT, les sommets de cueillette et de livraison d'une requête doivent être desservis par le même véhicule. Néanmoins, il est possible

Tableau I. Instance planaire simple d'un PCLFT

Requêtes i	Coordonnées cartésiennes		Fenêtres de temps	
	i^+	i^-	$[a_{i+}, b_{i+}]$	$[a_{i-}, b_{i-}]$
1	(1, 2)	(1, 0)	[0, 0]	[0, 2]
2	(0, 1)	(2, 1)	[0, 0]	[0, 2]
3	(1, 2)	(2, 1)	[0, 0]	[0, 2]

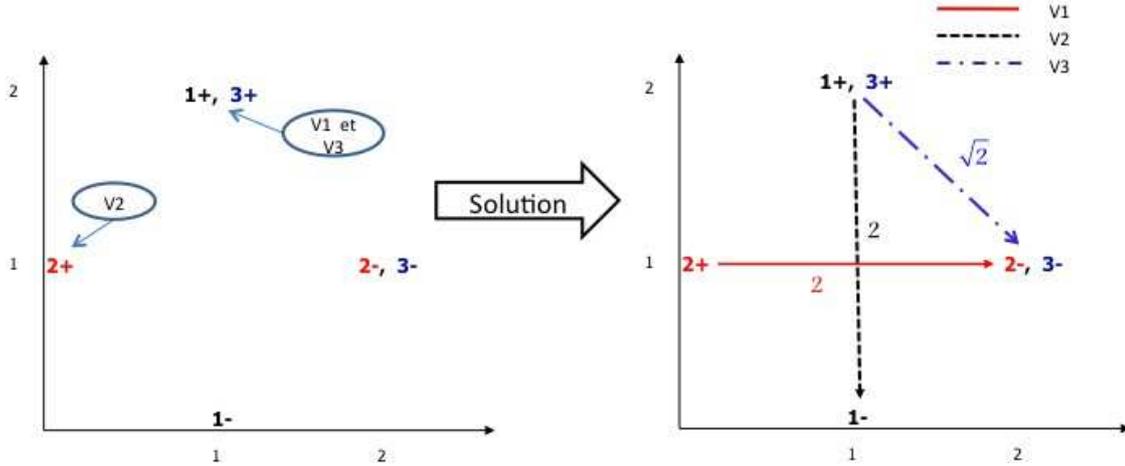


Figure 1. Illustration d'une solution sans plaque tournante pour un exemplaire simple

d'établir un système opérationnel de cueillettes et de livraisons dans lequel une requête peut être satisfaite par des véhicules différents en utilisant un ensemble de lieux de transbordement.

Dans ce projet, nous nous intéressons à une variante peu étudiée du PCLFT, c'est-à-dire le problème de cueillettes et de livraisons avec des plaques tournantes. Dans cette variante, il est possible de faire transiter la marchandise transportée par des centres déterminés stratégiquement. Ceux-ci sont identifiés comme plaques tournantes, mieux connues sous le terme anglais *hubs*.

Dans le problème de cueillettes et livraisons avec des fenêtres de temps et des plaques tournantes (PCLFTPT), chaque requête peut être scindée en deux requêtes $R_i' = (i^+, h)$ et $R_i'' = (h, i^-)$ telles que $h \in H$, où H dénote l'ensemble des plaques tournantes. Ces deux requêtes sont dotées de fenêtres de temps et de contraintes de précédence adéquates. Autrement dit, i^+ doit être desservi avant h et h doit être desservi avant i^- . Des fenêtres de temps s'appliquent aussi à ces nouvelles requêtes. Dans certaines situations, l'utilisation de plaques tournantes peut entraîner une réduction du nombre de véhicules utilisés ou de la distance totale parcourue. Ce phénomène peut être illustré grâce à un exemple simple dont les données sur les requêtes sont résumées dans le tableau I. En ce qui a trait aux positions initiales des véhicules, le véhicule 2 est situé en $(0, 1)$ alors que les véhicules 1 et 3 sont tous les deux situés en $(1, 2)$. La vitesse d'un véhicule est d'une unité de distance par unité de temps; une unité de distance euclidienne correspond donc à une unité de temps.

Si on résout cet exemplaire sans la possibilité de transbordement à une plaque tournante, la requête 1 est transportée par le véhicule 1, la requête 2 par le véhicule 2 puis la requête 3 par le véhicule 3. Selon la métrique euclidienne, on obtient une distance totale parcourue par les véhicules de $4 + \sqrt{2}$. La figure 1 illustre cette solution.

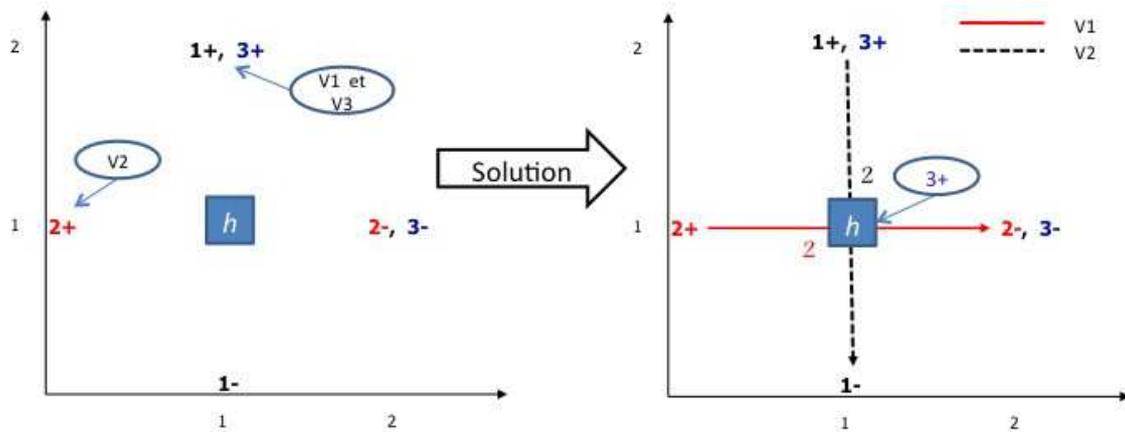


Figure 2. Illustration d'une solution avec une plaque tournante pour un exemplaire simple

Si on résout le même exemplaire en incorporant une plaque tournante h en $(1, 1)$, on pourra constater une amélioration de la solution. Le véhicule 1 pourra cueillir les requêtes 1 et 3 en $(1, 2)$, laisser la requête 3 en h au temps 1 puis terminer sa tournée en déposant la requête 3 en $(1, 0)$. Entre temps, le véhicule 2 pourra transporter la requête 2 et cueillir la requête 3 au temps 1 en h sur sa tournée. Après son passage à la plaque tournante, le véhicule 2 pourra laisser les requêtes 2 et 3 en $(2, 1)$. La distance totale parcourue sera donc de 4 unités. Ainsi, l'utilisation d'une plaque tournante a permis de desservir les clients avec un véhicule de moins et de diminuer la distance parcourue de $\sqrt{2}$ unités. La figure 2 illustre cette solution. Cet exemple démontre que, dans certaines situations, l'introduction de plaques tournantes à l'intérieur d'un réseau de transport permet de faire des économies.

En passant en revue les articles scientifiques, on constate que le PCLFTPT est un problème très peu étudié. Motivés par un problème provenant de la livraison de courrier à San Francisco, Laporte et Mitrović-Minić [5] proposent un algorithme en deux phases, soit une phase de construction et une autre d'amélioration, pour résoudre le PCLFTPT. En analysant les résultats qu'ils ont obtenus à partir de différents patrons d'exemplaires, ils identifient sous quelles circonstances les plaques tournantes sont avantageuses. Grünert et Sebastian [3] ont aussi examiné le PCLFTPT en s'intéressant aux différents modèles de planification des compagnies de livraisons postales et express. Cortés, Matamala et Contardo [1] ont formulé le problème et travaillé sur une approche exacte basée sur une méthode de décomposition de Benders. Néanmoins, leur approche n'est pas adéquate pour résoudre des exemplaires dont les tailles se rapprochent de celles des problèmes concrets. Plus récemment, Mues et Pickl [8] ont développé deux approches pour traiter ce problème en considérant le problème avec une seule ou plusieurs plaques tournantes. Une approche par génération de colonnes a été proposée. Irnich [4] s'est intéressé à un problème semblable qui comporte une seule plaque tournante, plusieurs dépôts et une flotte hétérogène.

Le problème auquel fait face la compagnie GIRO est un PCLFTPT dans lequel les plaques tournantes sont contraintes par des limites de capacités et des fenêtres de temps. La flotte de véhicules est hétérogène et il arrive que certaines requêtes ne puissent pas être transportées par certains types de véhicules. De plus, il est possible que les tournées de véhicules soient contraintes par une distance maximale (pour ne pas trop éloigner le conducteur de son lieu d'attache) ou par une durée maximale (représentant le temps maximal d'une journée de travail pour un conducteur). Il s'agit alors de trouver des solutions qui minimisent la distance totale parcourue et le nombre de véhicules utilisés, et ce, tout en respectant le plus possible les contraintes de fenêtres en pénalisant

celles qui sont enfreintes. Pour ce projet, il est important de se souvenir que GIRO fait face à des problèmes de grande taille : environ 5 000 requêtes, une flotte de plus de 100 véhicules et de 5 à 10 plaques tournantes. Dans un tel contexte, l'utilisation de méthodes heuristiques sera préférée à celle de méthodes exactes.

Le but de ce projet est de proposer des méthodes de résolution pour le problème proposé par GIRO. Étant donné la durée de l'atelier et le manque de données, nous nous sommes concentrés sur le développement d'heuristiques sans les implanter. Deux types de méthodes ont été proposés à l'entreprise dans le cadre de ce projet. D'une part, nous avons cherché à concevoir une méthode simple qui permettrait d'utiliser les outils déjà disponibles chez GIRO ; ceci facilitera l'implantation de la méthode. D'autre part, nous avons conçu une heuristique de postoptimisation qui pourrait permettre d'obtenir de meilleurs résultats. Toutefois, celle-ci nécessiterait un plus grand effort d'implantation de la part de l'entreprise.

2. Méthode simple

Puisque l'entreprise dispose déjà d'un logiciel pour résoudre des problèmes de cueillettes et livraisons standard, nous avons cherché à tirer profit de ce logiciel existant afin de résoudre le problème avec des plaques tournantes. Le logiciel actuel exécute dans un premier temps une méthode de construction par insertion et dans un deuxième temps une méthode d'amélioration. La méthode d'amélioration est actuellement peu utilisée, car elle est trop coûteuse en ce qui concerne le temps d'exécution. Ainsi, nous devons miser sur une solution initiale de qualité plutôt que sur une solution qui devra être peaufinée avec la méthode d'amélioration. La nouvelle approche algorithmique proposée vise donc à exploiter le plus possible les algorithmes déjà développés chez GIRO.

La première approche conçue vise à transformer les données en intégrant les plaques tournantes de façon à résoudre les exemplaires avec l'algorithme de construction existant (qui résout uniquement des problèmes de cueillette et livraison standards). Pour chaque requête, on décide a priori de lui associer une plaque tournante ou non. On détermine alors si une requête doit être scindée, c'est-à-dire si un transbordement de la marchandise à une plaque tournante doit être exécuté (ou non).

Dans le cas où une requête $R_i = (i^+, i^-)$ est scindée, deux requêtes sont créées : $R'_i = (i^+, h^-)$ et $R''_i = (h^+, i^-)$, où h^- et h^+ représentent la même plaque tournante. De plus, il faut associer des fenêtres de temps à ces nouvelles requêtes de sorte que les contraintes de précedence soient respectées. Ainsi, on fixe la fenêtre de temps de R'_i à $[a_{i^+} + t_{i^+, h^-}; x]$ et celle de R''_i à $[x; b_{i^-} - t_{h^+, i^-}]$, où x est une valeur que le décideur doit fixer à l'intérieur d'un intervalle spécifique et $t_{i,j}$ dénote le temps de transport entre i et j . L'intervalle de temps auquel doit appartenir x est déterminé en considérant le temps où le véhicule peut arriver au plus tôt à la plaque tournante ($a_{i^+} + t_{i^+, h^-}$) et le temps au plus tard où le véhicule peut partir de la plaque tournante ($b_{i^-} - t_{h^+, i^-}$). Par conséquent, l'intervalle de temps est $[a_{i^+} + t_{i^+, h^-}; b_{i^-} - t_{h^+, i^-}]$ comme illustré à la figure 3. On constate qu'en imposant ces fenêtres de temps aux nouvelles requêtes, on assure la disponibilité de la marchandise à la plaque tournante lorsque vient le temps de la reprendre pour la livraison finale au client. La méthode pour fixer x dans l'intervalle est choisie par le décideur. Par exemple, la valeur de x peut être aléatoire ou être le milieu de cet intervalle.

Pour expliquer la méthode qui détermine si une requête doit être scindée ou non, il faut d'abord présenter trois paramètres. D'abord, il existe un tampon pour la livraison, noté s_i , qui se mesure

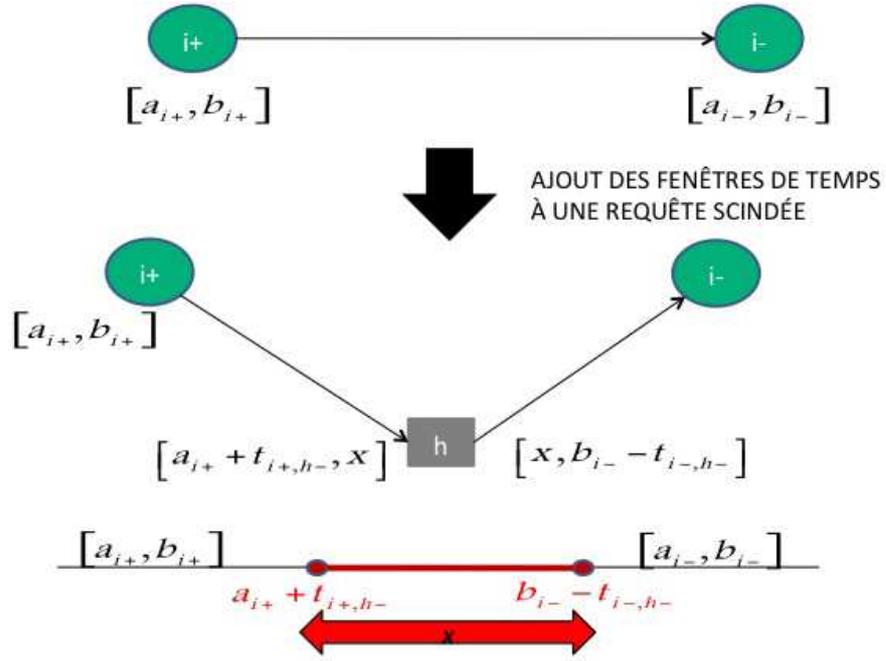


Figure 3. Illustration du calcul des fenêtres de temps d'une requête scindée à une plaque tournante

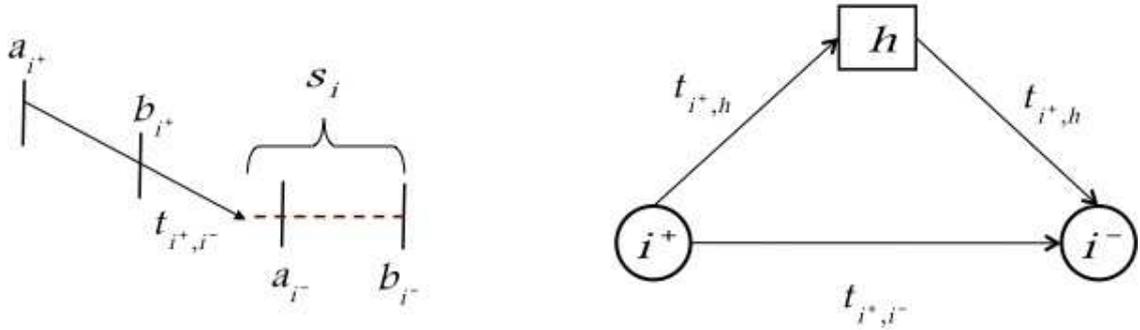


Figure 4. Illustration de la provenance des paramètres s_i et s_h

de la manière suivante :

$$s_i = b_{i-} - (a_{i+} + t_{i+,i-}).$$

Le temps de détour pour passer par une plaque tournante h peut quant à lui être mesuré comme suit :

$$s_h = t_{i+,h} + t_{h,i-} - t_{i+,i-}.$$

La figure 4 illustre graphiquement la provenance de ces paramètres.

Enfin, un ratio r_i permettra de déterminer si le véhicule a assez de temps tampon pour faire le détour par la plaque tournante. Le ratio utilisé correspond au plus grand ratio entre le temps tampon et le temps de détour par une plaque tournante $h \in H$; h^* est donc la plaque tournante qui procure le meilleur ratio parmi toutes les plaques tournantes. Il se calcule comme suit :

$$r_i = \max_{h \in H} \left\{ \frac{s_i}{s_h} \right\} = \frac{s_i}{s_{h^*}}.$$

Algorithme 1. L'opérateur qui détermine les requêtes à scinder.

```

fonction Requêtes1( $H, \Omega, r_c$ ) :  $S, H^*$ 
   $S = \emptyset$ , où  $S$  est l'ensemble des requêtes à scinder ;
   $H^* = \emptyset$ , où  $H^*$  est l'ensemble des plaques tournantes choisies ;
  pour ( $i = 1, i \leq n, i++$ ) faire
     $r_i = s_i/s_{h^*} = \max_{h \in H} \{s_i/s_h\}$  ;
    si ( $r_i \geq r_c$ ) alors
       $h_i^* \leftarrow h^*$  ;
      ajouter  $R_i$  à  $S$  et  $h_i^*$  à  $H^*$  ;
    fin si
  fin pour
  retourner  $S, H^*$ .
fin

```

Si ce ratio est plus élevé que 1, on peut affirmer que le véhicule a assez de temps tampon pour passer par la plaque tournante h^* . On va donc choisir de scinder une requête si r_i est supérieur à un ratio critique r_c fixé par le décideur. Ainsi, plus le décideur choisira un ratio critique r_c élevé, moins il y aura de requêtes scindées. Finalement, on scindera chaque requête $R_i \in S$ en h_i^* . L'algorithme 1 présente la procédure qui résume cette approche.

On peut raffiner ces calculs en introduisant une mesure de popularité des plaques tournantes. Cette idée vient du fait qu'il y a de meilleures chances de construire des tournées plus efficaces si plusieurs tournées passent par une même plaque tournante. Pour ce faire, on calcule n_h , le nombre de fois que la plaque tournante h est utilisée et on évalue $f(n_h)$, une fonction croissante. Cette fonction est introduite dans la mesure améliorée du ratio qui est alors égal à

$$r_i = \max_{h \in H} \left\{ \frac{s_i}{s_h - f(n_h^{k-1})} \right\}.$$

Celui-ci est recalculé à chaque itération k . Finalement, on scindera chaque requête $R_i \in S$ en h_i^* . L'algorithme 2 présente la procédure modifiée. Pour résumer, la méthode qui scinde certaines requêtes a priori selon les critères présentés ci-dessus permet d'utiliser le logiciel courant de GIRO afin d'obtenir une solution d'un PCLFTPT. Étant donné l'absence d'exemplaires concrets, il nous a été impossible d'évaluer l'efficacité de cette approche. Néanmoins, elle semble adéquate pour le problème et est très simple à implanter dans le contexte actuel de l'entreprise.

3. Méthode de postoptimisation

L'autre méthode que nous avons développée est une procédure de postoptimisation. Cette méthode permet d'améliorer une solution initiale obtenue à partir de l'algorithme de construction modifié avec les plaques tournantes. Ainsi, nous avons défini différents opérateurs qui permettent de perturber une solution dans le but de l'améliorer. Notons que les opérateurs qui modifient des tournées sont les mêmes que ceux généralement utilisés dans les articles sur les PCLFT. Par conséquent, nous n'avons pas jugé nécessaire de développer de nouveaux opérateurs visant des tournées, mais nous nous sommes plutôt concentrés sur le développement d'opérateurs impliquant des plaques tournantes. Ceux-ci peuvent être divisés en deux types d'opérateurs. Le premier type considère une requête à la fois tandis que le deuxième type considère plusieurs requêtes simultanément. Les quatre premiers opérateurs présentés dans ce qui suit considèrent une seule requête

Algorithme 2. L'opérateur qui détermine les requêtes à scinder lorsqu'on utilise une mesure f de popularité des plaques tournantes.

fonction Requêtes2(H, Ω, r_c) : S, H^*
 $n_h^0 = 0 \forall h \in H$;
 $S = \emptyset$, où S est l'ensemble des requêtes à scinder ;
 $H^* = \emptyset$, où H^* est l'ensemble des plaques tournantes choisies ;
 $k \leftarrow 0$;
pour ($i = 1, i \leq n, i++$) **faire**
 $k \leftarrow k + 1$;
 $r_i = s_i/s_{h^*} = \max_{h \in H} \{s_i / (s_h - f(n_h^{k-1}))\}$;
si ($r_i \geq r_c$) **alors**
 $h_i^* \leftarrow h^*$;
 $n_{h^*}^k \leftarrow n_{h^*}^{k-1} + 1$; $n_h^k \leftarrow n_h^{k-1}$ **pour** $h \neq h^*$;
ajouter R_i à S et h_i^* à H^* ;
fin si
fin pour
retourner S, H^* .
fin

Algorithme 3. L'opérateur qui scinde une requête R_i dans une solution s .

fonction Scission_Simple(R_i, s) : s
retirer i^+ et i^- de la solution s pour obtenir une nouvelle solution s'
et calculer le gain obtenu noté g_i ;
 $c^* \leftarrow \infty$;
pour ($k = 1, k \leq m, k++$) **faire**
scinder R_i en $h_k \rightarrow R'_i = (i^+, h_k^-)$ et $R''_i = (h_k^+, i^-)$;
déterminer le meilleur coût d'insertion c_i de R'_i et R''_i dans la solution s' ;
si ($c_i \leq c^*$) **alors**
 $c^* \leftarrow c_i$ et $h^* \leftarrow h_k^*$
fin si
fin pour
si ($c^* < g_i$) **alors**
insérer R'_i et R''_i dans la solution s' pour obtenir s
fin si
retourner s .
fin

à la fois tandis que le dernier opérateur considère plusieurs requêtes. Le premier opérateur peut être appelé *scission simple*. Cet opérateur enlève une requête d'une tournée dans la solution s et il évalue s'il est avantageux de faire passer cette requête par une plaque tournante. L'algorithme 3 décrit cette procédure. Remarquez que m dénote le nombre de plaques tournantes.

Le deuxième opérateur, appelé *scission multiple*, est une généralisation de l'opérateur *scission simple* à un nombre variable de plaques tournantes. La scission multiple permet à une requête de passer par plus d'une plaque tournante. Par exemple, dans le cas de deux plaques tournantes, on cherche la meilleure paire de plaques tournantes par lesquelles la requête R_i , qui a été enlevée de sa tournée dans la solution s , peut passer. Le troisième opérateur se nomme *insertion d'une plaque tournante*. Il force certaines tournées à passer par une même plaque tournante h . Ainsi, pendant un certain nombre d'itérations, on applique l'opérateur de *scission simple* à diverses requêtes, mais en se servant de la plaque tournante h seulement.

Le quatrième opérateur est appelé *fusion*. Cet opérateur retire une requête scindée de la solution s et en calcule le gain. Ensuite, il calcule le coût d'insertion de cette requête dans plusieurs tournées une à une sans la faire passer par une plaque tournante. Si le meilleur coût d'insertion est inférieur au gain obtenu en retirant cette requête de la solution s , alors on insère la requête à l'endroit correspondant au coût d'insertion minimum. Sinon, l'opérateur conserve la solution s .

Enfin le cinquième opérateur, qui est le seul à considérer plusieurs requêtes simultanément, se nomme *multi-requêtes*. Son but est d'explorer plus largement l'espace des solutions en créant des perturbations plus importantes que les quatre autres opérateurs. Pour ce faire, il est possible d'appliquer l'opérateur *fusion* ou l'opérateur *scission simple* à plusieurs requêtes simultanément.

Il existe plusieurs manières d'améliorer une solution. Les cinq opérateurs décrits ci-dessus n'en sont que quelques exemples. Une autre façon d'améliorer une solution obtenue à l'aide de l'algorithme modifié avec les plaques tournantes serait de modifier la valeur de x choisie arbitrairement, puis d'examiner si cette modification améliore la solution trouvée.

Pour la compagnie, une autre façon intéressante et simple d'aborder le problème serait de partir d'une solution du problème standard de cueillettes et livraisons obtenue avec l'algorithme utilisé actuellement. Cette solution serait modifiée afin d'utiliser les plaques tournantes en appliquant la méthode d'amélioration. Cette façon de faire permettrait à la compagnie de résoudre assez facilement un PCLFTPT.

4. Conclusion

L'introduction de plaques tournantes s'est révélée plus complexe que nous ne l'imaginions. Ce rapport décrit les idées les plus prometteuses qui ont été approfondies au cours de l'atelier de résolution de problèmes industriels. Développer des méthodes de résolution pour un problème de tournées de véhicules avec des plaques tournantes représente un défi de taille qui pourrait faire l'objet des études d'un ou plusieurs étudiants de doctorat. D'ailleurs, nous envisageons, en collaboration avec GIRO, des sujets de thèse qui s'inspireront du problème proposé dans le cadre de cet atelier.

Ultérieurement, il serait intéressant de tester, dans un premier temps, les idées présentées dans ce rapport pour en évaluer la performance. Il serait aussi possible, dans un deuxième temps, de considérer l'agrégation de plusieurs requêtes «semblables» afin de réduire la taille du problème et en accélérer la résolution. Cette notion de ressemblance entre les requêtes nécessitera une réflexion plus approfondie pour être mise en oeuvre. Actuellement, peu de recherches ont été effectuées sur ce problème, ce qui laisse beaucoup de possibilités pour des recherches futures.

Références

1. C. E. Cortés, M. Matamala, C. Contardo, « The Pick-Up and Delivery Problem with Transfers: Formulation and a Branch-and-Cut Solution Method », soumis à *European Journal of Operational Research*.
2. C. Gabella-Latreille, *Le modèle quinquin fret, un modèle de simulation à l'horizon 2015 des flux de transport de marchandises*. Tome 1 : Le modèle quinquin fret, un instrument d'aide à la décision. Thèse de doctorat en sciences économiques, Université Lumière Lyon 2, 1997.
3. T. Grünert, H.-J. Sebastian, « Planning Models for Long-Haul Operations of Postal and Express Shipment Companies », *European Journal of Operational Research*, 122:289-309, 2000.
4. S. Irnich, « A Multi-Depot Pickup and Delivery Problem with a Single Hub and Heterogeneous Vehicles », *European Journal of Operational Research*, 122 : 310-332, 2000.

5. G. Laporte, S. Mitrović-Minić, « The Pickup and Delivery Problem with Time Windows and Transshipment », *INFOR*, 44:217-227, 2006.
6. A. Lenormand, *Prévisions dans les modèles co-intégrés avec rupture : application à la demande de transports terrestres de marchandises et de voyageurs*. Thèse de doctorat en sciences économiques, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, 2002.
7. F. Meyer, *La concurrence économique rail-route : Analyse économétrique des trafics de marchandises et des perspectives du transport combiné*. Thèse de doctorat en sciences économiques, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, 1998.
8. C. Mues, S. Pickl, « Transshipment and Time Windows in Vehicle Routing », dans *Proceedings of the 8th Int. Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks*, IEEE Computer Society Press, 113-119, 2005.

